



# כל עלייה (ירידה) של 1% במחיר מדד ה-S&P 500, צפויה להביא במוצע לעלייה (לירידה) של 1.72% במחיר הביטקוין!

האקטואר **רועי פולניצר** אמד את אומדני הביתא הרטרופסקטיביים והפרופסקטיביים של הביטקוין באמצעות 8 מתודולוגיות שונות. אם הביתא של נכס פיננסי ייטרלי. גבוהה מ-1 מדובר בנכס אגרסיבי, לחילופין אם הביתא שלו נמוכה מ-1 מדובר בנכס דפנסיבי ולחילופין חילופין אם הביתא שלו שווה ל-1 אז מדובר בנכס נייטרלי.

זמן של חמש שנים ו-60 תשואות חודשיות) וקיבלתי שהביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין הינה **2.09** (ערך מבחן  $t = 4.9889$ ). אני מעריך אומדן ביתא רטרופסקטיבית של **2.09** מייצג היטב את הסיכון הסיסטמטי ההיסטורי שלו, ומבחן  $t$  מצביע על עוצמת האומדן (בהסתברות של 95% בין 1.25 ל-2.93).

על פי המתודולוגיה של Merrill Lynch הביתא הפרוספקטיבית של נכס פיננסי נגזרת מהביתא הרטרופסקטיבית שלו המחושבת על סמך המתודולוגיה של Ibbotson באמצעות תקנון המבוסס על מחקר של מרשל בלוס, כדלקמן:

$$\beta_{Merrill\ Lynch} = 0.33743 + 0.66257 \cdot \beta_{Ibbotson}$$

לפיכך, הביתא הפרוספקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Merrill Lynch נאמדה על ידי בכ- **1.72** (בהסתברות של 95% בין 0.88 ל-2.56).

## אומדן הביתא ע"ב תשואות שנתיות

על פי המתודולוגיה של Bloomberg הביתא הרטרופסקטיבית של נכס פיננסי נסחר, מחושבת על בסיס הרגיסיה לינארית על התשואות השנתיות של הנכס הפיננסי (הביטקוין במקרה שלפנינו דוג) כמשתנה מוסבר (משתנה תלוי) ביחס לתשואות השנתיות של תיק השוק (מדד ה-S&P 500 במקרה דוג שלפנינו) כמשתנה מסביר (משתנה בלתי תלוי), ממועד הנפקת הביטקוין ועד למועד החישוב. מועד החישוב שלי הוא ה-22.11.2024. אספתי נתונים על מחירי הסגירה השנתיים של הביטקוין (סימול: USD/BTC) ושל מדד ה-S&P 500 (סימול: SPX) בתקופה שבין ה-31.12.2015 לבין ה-22.11.2024. ממאגר הנתונים של INVESTING.COM

התחשב נעשה על פי נתונים של 10 שנים לאחר (קרי, 9 תשואות שנתיות). מדדתי את שערי הביטקוין ומדד ה-S&P 500 שנים לאחר, כאשר הקריאה היא שער הסגירה ביום המסחר האחרון של השנה (סוף השנה). חישובתי כאמור אומדן הביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Ibbotson (על בסיס חלון זמן של לא מוגדר ומספר תשואות שנתיות לא מוגדר) וקיבלתי שהביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין הינה **7.46** (ערך מבחן  $t = 0.7988$ ). אני מעריך כי ביתא רטרופסקטיבית של **7.46** לביטקוין מהווה אומדן יתר לסיכון הסיסטמטי שלו, ומבחן  $t$  מצביע על חולשת האומדן (בהסתברות של 95% בין 14.62 ל-29.53).

על פי המתודולוגיה של Bloomberg הביתא הפרוספקטיבית של נכס פיננסי נגזרת מהביתא הרטרופסקטיבית שלו המחושבת על סמך המתודולוגיה של Bloomberg באמצעות תקנון המבוסס על מחקר של מרשל בלוס, כדלקמן:

$$\beta_{Bloomberg} = 0.66 \cdot \beta_{Bloomberg} + 0.33 \cdot 1.0$$

לפיכך, הביתא הפרוספקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Bloomberg נאמדה על ידי בכ- **5.25** (בהסתברות של 95% בין 16.82 ל-27.32).

## ליסיכום

תחת ההנחה שהערך יחזור על עצמו, וכי *ex-post* הביתא הרטרופסקטיבית של נכס פיננסי היא מדד טוב לביתא הפרוספקטיבית שלו, או אז להערכתי אומדן הביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין אשר נאמד על ידי על סמך המתודולוגיה של Ibbotson (**2.09**) משקף באופן נאות כלכלי נאות יותר את התנהגות הביטקוין העתידית הצפויה, על פני אומדן הביתא הרטרופסקטיבית אשר נאמד על ידי על סמך המתודולוגיה של Tompkins (**1.76**). תחת ההנחה שמחקרו של מרשל בלוס אכן נכון וישים (לפני הביתא פעם אחת איננה סטטיסטית על פני זמן ופעם שניה עוקבת תהליך מונוטוריסטי), או אז להערכתי אומדן הביתא הפרוספקטיבית של הביטקוין אשר נאמד על ידי על סמך המתודולוגיה של Merrill Lynch (**1.72**) משקף באופן נאות כלכלי נאות יותר את התנהגות הביטקוין העתידית הצפויה, על פני אומדן הביתא הפרוספקטיבית אשר נאמד על ידי על סמך המתודולוגיה של Bloomberg (**1.49**). לשם הנוחות ולמען ההשוואה, מצ"ב ריכוז תוצאות החישובים שלי:

- 1.76 BTC-USD  $\beta$  (Tompkins)
- 1.49 BTC-USD  $\beta$  (Bloomberg)
- 0.50 BTC-USD  $\beta$  (Compustat)
- 0.68 BTC-USD  $\beta$  (Value Line)
- 2.09 BTC-USD  $\beta$  (Ibbotson)
- 1.72 BTC-USD  $\beta$  (Merrill Lynch)
- 7.46 BTC-USD  $\beta$  (Bloomberg)
- 5.25 BTC-USD  $\beta$  (Bloomberg)

שלי הוא ה-22.11.2024. אספתי נתונים על מחירי הסגירה היומיים של הביטקוין (סימול: USD/BTC) ושל מדד ה-S&P 500 (סימול: SPX) בתקופה שבין ה-24.08.2024 לבין ה-22.11.2024. ממאגר הנתונים של INVESTING.COM

התחשב נעשה על פי נתונים של 91 ימים לאחר (קרי, 90 תשואות יומיות). מדדתי את שערי הביטקוין ומדד ה-S&P 500 91 ימים לאחר, כאשר הקריאה היא שער הסגירה היומי. חישובתי כאמור את אומדן הביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Tompkins (על בסיס חלון זמן של רבעון ו-90 תשואות יומיות) וקיבלתי שהביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין הינה **1.76** (ערך מבחן  $t = 4.8244$ ). אני מעריך כי אומדן ביתא רטרופסקטיבית של **1.76** לביטקוין מייצג היטב את הסיכון הסיסטמטי ההיסטורי שלו, ומבחן  $t$  מצביע על עוצמת האומדן (בהסתברות של 95% בין 1.03 ל-2.48).

על פי המתודולוגיה של Bloomberg הביתא הפרוספקטיבית של נכס פיננסי נגזרת מהביתא הרטרופסקטיבית שלו המחושבת על סמך המתודולוגיה של Tompkins באמצעות תקנון המבוסס על מחקר של מרשל בלוס, כדלקמן:

$$\beta_{Bloomberg} = 0.66 \cdot \beta_{Tompkins} + 0.33 \cdot 1.0$$

לפיכך, הביתא הפרוספקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Bloomberg נאמדה על ידי בכ- **1.49** (בהסתברות של 95% בין 0.77 ל-2.22).

## אומדן הביתא ע"ב תשואות שבועיות

על פי המתודולוגיה של Compustat הביתא של נכס פיננסי נסחר, מחושבת על בסיס הרגיסיה לינארית על התשואות השבועיות של הנכס הפיננסי (הביטקוין במקרה שלפנינו דוג) כמשתנה מוסבר (משתנה תלוי) ביחס לתשואות השבועיות של תיק השוק (מדד ה-S&P 500 במקרה דוג שלפנינו) כמשתנה מסביר (משתנה בלתי תלוי), ממועד החישוב. מועד החישוב שלי הוא ה-22.11.2024. אספתי נתונים על מחירי הסגירה השבועיים של הביטקוין (סימול: USD/BTC) ושל מדד ה-S&P 500 (סימול: SPX) בתקופה שבין ה-25.11.2022 לבין ה-22.11.2024. ממאגר הנתונים של INVESTING.COM

התחשב נעשה על פי נתונים של 105 שבועות לאחר (קרי, 104 תשואות שבועיות). מדדתי את שערי הביטקוין ומדד ה-S&P 500 105 שבועות לאחר, כאשר הקריאה היא שער הסגירה ביום ו' (סוף השבוע). חישובתי כאמור את אומדן הביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Compustat (על בסיס חלון זמן של שנתיים ו-104 תשואות שבועיות) וקיבלתי שהביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין הינה **0.50** (ערך מבחן  $t = 1.2206$ ). אני מעריך כי אומדן ביתא רטרופסקטיבית של **0.50** לביטקוין מהווה אומדן חסר לסיכון הסיסטמטי שלו וערך מבחן  $t$  מצביע על חולשת האומדן (בהסתברות של 95% בין 0.31 ל-1.31).

על פי המתודולוגיה של Value Line הביתא הפרוספקטיבית של נכס פיננסי נגזרת מהביתא הרטרופסקטיבית שלו המחושבת על סמך המתודולוגיה של Compustat באמצעות תקנון המבוסס על מחקר של מרשל בלוס, כדלקמן:

$$\beta_{Value\ Line} = 0.35 + 0.67 \cdot \beta_{Compustat}$$

לפיכך, הביתא הפרוספקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Value Line נאמדה על ידי בכ- **0.68** (בהסתברות של 95% בין 0.13 ל-1.49).

## אומדן הביתא ע"ב תשואות חודשיות

על פי המתודולוגיה של Ibbotson הביתא של נכס פיננסי נסחר, מחושבת על בסיס הרגיסיה לינארית על התשואות החודשיות של הנכס הפיננסי (הביטקוין במקרה שלפנינו דוג) כמשתנה מוסבר (משתנה תלוי) ביחס לתשואות החודשיות של תיק השוק כמשתנה מסביר (משתנה בלתי תלוי), ב-5 השנים שקדמו למועד החישוב. מועד החישוב שלי הוא ה-22.11.2024. אספתי נתונים על מחירי הסגירה החודשיים (Monthly) של הביטקוין (סימול: USD/BTC) ושל מדד ה-S&P 500 (סימול: SPX) בתקופה שבין ה-30.11.2019 לבין ה-22.11.2024. ממאגר הנתונים של INVESTING.COM

התחשב שלי נעשה על פי נתונים של 61 חודשים לאחר (קרי, 60 תשואות חודשיות). מדדתי את שערי הביטקוין ומדד ה-S&P 500 61 חודשים לאחר, כאשר הקריאה היא שער הסגירה ביום המסחר האחרון של החודש (סוף החודש). חישובתי כאמור את אומדן הביתא הרטרופסקטיבית של הביטקוין על סמך המתודולוגיה של Ibbotson (על בסיס חלון

במאמר זה אציג אומדנים שונים לביתא של הביטקוין. ה"ביתא" מהווה מדד לגמישות שיעור התשואה של נכס פיננסי נתון (הביטקוין במקרה דוג שלפנינו) ביחס לשינוי בשיעור התשואה של שוק המניות כולו.

## רקע כלכלי

בקבלתה, גמישות היא גודל השינוי באחוזים של משתנה אחד ביחס לשינוי באחוז אחד של משתנה אחר. אם שינוי של 1% במדד ה-S&P 500 גורם לשינוי של 2% במחיר הביטקוין, אז נאמר כי גמישות של הביטקוין ביחס למדד ה-S&P 500 היא 2. בעולמות המניות, הגמישות של שיעור השינוי במחיר המניה לשינוי של 1% במחירו של תיק השוק נקראת "ביתא". בעולמות האג"ח, הגמישות של שיעור השינוי במחיר האג"ח לשינוי של 1% בשיעור התשואה לפדיון של האג"ח נקראת דורציה. בעולמות האופציות, הגמישות של שיעור השינוי במחיר האופציה לשינוי של 1% במחירו של נכס הבסיס נקראת "אומגה". הגמישות יכולה להיות חיובית או שלילית ולכן היא לא רק מצביעה על עוצמת הנגזרת הראשונה אלא גם על כיוונה.

## רקע מימני

$\beta_i$  = הביתא היא מדד לסיכון נכס פיננסי  $i$  המודדת את רגישות השינויים בשיעורי התשואה של "תיק השוק". בכך נתון המדד ביטוי לסיכון השיטתי של הנכס (הסיכון שאינו ניתן לפיזור). כלומר

$$\beta_i = \frac{cov(R_i, R_m)}{\sigma_m^2}$$

מאחר שמקדם המתאם הפשוט  $(\rho_{i,m})$  בין שיעורי התשואה של נכס פיננסי  $i$  לבין שיעורי התשואה של תיק השוק -  $m$ , מוגדר כ-

$$\rho_{i,m} = \frac{cov(R_i, R_m)}{\sigma_i \cdot \sigma_m}$$

אזי נכתוב מחדש  $\beta_i$  את כדלקמן:

$$\beta_i = \rho_{i,m} \left[ \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \right]$$

יוצא אפוא שרמת הסיכון של נכס פיננסי  $i$  ("הביתא" שלו) תלויה בסטיית התקן של תשואות הנכס הפיננסי  $(\sigma_i)$ , יחסית לסטיית התקן של תשואות "תיק השוק"  $(\sigma_m)$ , ובמקדם המתאם שלה עם תשואות תיק השוק  $(\rho_{i,m})$ .

במאמר זה, כאומדן לתיק השוק, השתמשתי במדד ה-S&P 500, המורכב מ-500 מניות של חברות ציבוריות גדולות (מרביתן הן אמריקאיות) הנסחרות בבורסות האמריקאיות הראשיות כמו ה-NYSE וה-NASDAQ. ה-S&P 500 הוא מדד השוק הרחב ביותר של מניות אמריקאיות גדולות והוא נחשב לאינדיקטור מייצג למצב הכלכלה האמריקאית.

## רקע אקונומטרי

את ה"ביתא" של נכס פיננסי נסחר מקובל לאמוד מנתוני העבר שלו עצמו ומנתוני תיק מניות, המייצג את תיק השוק באמצעות הרגיסיה הבאה:

$$R_{it} = \alpha_{it} + \beta_i \cdot R_{mt} + \epsilon_t$$

כאשר:

$$R_{it} = \text{שיעור התשואה של נכס פיננסי } i \text{ בתקופה } t$$

$$R_{mt} = \text{שיעור התשואה של תיק השוק } m \text{ בתקופה } t$$

$\alpha_{it}$  = חותך הרגיסיה (גודל אוטונומי). למעשה גודל זה מייצג את המידה שבה גורמים אחרים משפיעים על שיעור התשואה של נכס פיננסי  $i$ .

$\beta_i$  = שיפוע הרגיסיה. מקדם הרגיסיה של שיעור התשואה של תיק השוק במשוואה לעיל מייצג למעשה את ה"ביתא" של נכס פיננסי  $i$ .

## אומדן הביתא ע"ב תשואות יומיות

על פי המתודולוגיה של Tompkins הביתא הרטרופסקטיבית של נכס פיננסי נסחר, מחושבת על בסיס הרגיסיה לינארית על התשואות היומיות של הנכס הפיננסי (הביטקוין במקרה שלפנינו דוג) כמשתנה מוסבר (משתנה תלוי) ביחס לתשואות היומיות של תיק השוק (מדד ה-S&P 500 במקרה דוג שלפנינו) כמשתנה מסביר (משתנה בלתי תלוי), ברבעון שקדם למועד החישוב. מועד החישוב