תחזית שיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 באמצעות טכניקה אקטוארית הנקראת "סימולציית מונטה קרלו"

הכלכלן המוערך האקטואר רועי פולניצר מספק תחזית לשיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 באמצעות טכניקה אקטוארית הנקראת "סימולציית מונטה קרלו". טכניקה זו מצויה בשימוש רחב בעולם הפיננסים, ההשקעות בהנדסה, ביולוגיה חישובית, כימיה וסטטיסטיקה יישומית ומהווה כלי עזר חשוב בקבלת החלטות.

אחת הטענות הבסיסיות של משקיעים בשוק ההון הינה שאיש אינו יכול לחזות את השינויים העתידיים בשיעור ריבית בנק ישראל **(להלן: ״הריבית״)** ומכאן שהם מתקשים מאד לקבוע האם בריבית הנוכחית כדאי להם לקחת משכנתא עכשיו לפני שעלולה להתרחש עלייה בריבית או לחילופין דווקא שווה להם לחכות כי עשויה להתרחש דווקא ירידה בריבית. איש הרי אינו יודע מה יהיה בעתיד והעבר אינו מלמד דבר על הריביות שיתממשו מעתה והלאה. ואכן, אחת מאבני היסוד של תורת המימון היא הנחה פונדמנטלית (שאינה נתונה לשינוי) שקובעת שלריביות הנוכחיות בשוק ״אין זיכרון״ (memoryless) ואין הן יכולות לפיכך להיות מושפעות מריביות העבר. משמע, העבר אינו מלמד דבר על העתיד. זוהי הנחת בסיס למשל, במודל בלק אנד שולס לתמחור אופציות.

נניח שטענה זו נכונה. הרי שלא ניתן לדעת אם הריבית מחר, או בעוד חודש או בעוד שנה או בזמן כלשהו בעתיד תהיה גבוהה יותר או נמוכה יותר מהריבית הנוכחית, אותה ריבית הנקראת ריבית ה״ספוט״. בואו לרגע ולא נניח לאלו הטוענים כך. הרי למעשה הם אומרים או מניחים שקיימת הסתברות של 50% שהריבית בעוד זמן t מהיום תהיה גבוהה יותר מריבית הספוט ובאותה מידה בהסתברות של 50% שהריבית בעוד זמן t מהיום תהיה נמוכה יותר מריבית הספוט. למעשה זוהי הנחה הזהה לזו של הטלת מטבע, ״עץ״ או ״פאלי״.

כמובן שיש לכאורה טיעון נוסף שאותו ניתן לטעון והוא שהריבית תהיה בדיוק באותו מקום בעוד זמן t מהיום אך אנו נתעלם מטיעון זה ונחזק את התעלמותנו בהנחה נוספת של תורת המימון הקרויה GBM (תנועה בראון גיאומטרית). GBM הינה הנחה תועלתנית לפיה מחירי מניות ״נסחפים״ על ציר הזמן לאורך קו מגמה מסוים (trend) בתוספת ״רעש״ תמידי (תנודתיות המורכבת משינויים אקראיים המכונים). אז מה אומרת הנחת GBM? היא למעשה אומרת לנו שמחירי מניות, מדדי מחירים, שערי חליפין, שערי ריבית ומחירי סחורות אינם נשארים אף פעם במקום אלא הם נעים ונדים כל הזמן. GBM הוא התהליך הסטוכסטי העומד מאחורי התנהגות מחירי מניות ושערי חליפין, אך הוא אינו מתאים לשערי ריבית ומחירי סחורות.

שערי ריבית מפגינים על פני זמן תסוגה לממוצע ארוך טווח. תהליך שכזה המכונה Mean-Reversion (התכנסות לתוחלת) מתנגש בהנחת GBM, המניחה שמחיר הנכס נע לאורך קו מגמה מסוים. גם מחירי סחורות מפגינים תסוגה לממוצע – מחיר הגז הטבעי עולה בחודשי החורף, יורד בחודשי הקיץ וכך חוזר חלילה, כך שבכל נקודת זמן הוא ״שואף״ או ״נמשך״ לכיוון המחיר הממוצע ארוך טווח.

מקובל למדל את ההתנהגות של שערי הריבית r_t באמצעות המשוואה הכללית הבאה המציגה תסוגה של שער הריבית הנוכחי לריבית הממוצעת ארוכת הטווח:

$$\Delta r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma r_t^{\gamma} \Delta z_t$$

כאשר Δz_t הוא תהליך וינר הרגיל של GBM. בתסוגה לממוצע, אנו מניחים ש- $0 \leq k \leq 1, \theta \geq 0, \sigma \geq 0$. מאחר שיש רק משתנה סטוכסטי אחד (שער הריבית) המודל נקרא מודל של גורם בודד (one-factor model).

לתהליך של תסוגה לממוצע ישנם מספר תכונות מעניינות. התכונה הראשונה היא תסוגה לעבר הממוצע ארוך הטווח המסומן כ- θ. הפרמטר k שולט במהירות התסוגה לממוצע ארוך הטווח. כאשר ריבית הספוט גבוהה יותר מהממוצע ארוך הטווח $(r_t > \theta)$, המודל יוצר ״סחיפה״ (Drift) שלילית של $k(\theta - r_t)$ לעבר θ. לעומת זאת, כאשר ריבית הספוט נמוכה יותר מהממוצע ארוך הטווח $(r_t < \theta)$, המודל יוצר ״סחיפה״ חיובית לעבר θ.

התכונה השנייה היא תהליך התנודתיות. כאשר מעריך החזקה של שער הריבית המוכפל בתנודתיות הוא $\gamma = 0$, המודל נקרא מודל וסיצ׳ק. השינויים בריבית מפולגים נורמלית מאחר ש- Δr היא פונקציה לינארית של Δz, שהיא כשלעצמה נורמלית. מודל וסיצ׳ק נוח מאוד למידול התנהגות שערי ריבית. הבעייתיות של מודל וסיצ׳ק היא שהוא עלול להוביל לשערי ריבית שליליים כאשר שער הריבית ההתחלתי הוא נמוך יחסית (קטן מ- 1%). הסיבה לכך היא שהתנודתיות של השינויים בשער הריבית אינה תלויה ברמת שער הריבית, בניגוד לתנודתיות ב- GBM שתלויה ברמת מחיר המניה.

$$Vasicek: \quad \Delta r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma \Delta z_t$$

כאשר מעריך החזקה של שער הריבית המוכפל בתנודתיות הוא $\gamma = 1$, המודל הוא המודל הלוג-נורמלי. אם נתעלם לרגע מאיבר התסוגה לממוצע ונניח שהוא אפס, או אז נקבל ש- $\Delta r_t = \sigma r_t \Delta z_t$ או $\Delta r_t / r_t = \sigma \Delta z_t$. משתמע מכך שלשיעור השינוי בשער הריבית dr/r ישנה שונות (variance) קבועה. לפיכך, כמו ב- GBM, גם בתסוגה לממוצע שערי ריבית נמוכים יותר מובילים לתנודות קטנות יותר, מה שמונע מהריבית לרדת מתחת לאפס (קרי, להפוך לשלילית). ברור שהמודל הלוג-נורמלי מתאים יותר ממודל וסיצ׳ק כאשר שער הריבית ההתחלתי קרוב יותר לאפס (למשל ריבית של 0.25%).

$$Lognormal: \quad \Delta r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma r_t \Delta z_t$$

כאשר מעריך החזקה של שער הריבית המוכפל בתנודתיות הוא $\gamma = 0.5$, המודל הוא מודל קוקס, אינגרסול ורוס (C-I-R) בדומה למודל הבינומי הקלאסי של קוקס, רוס ורובינשטיין (C-R-R). בסופו של דבר, הבחירה במעריך החזקה γ הינה סוגיה אמפירית. מחקרים עדכניים מצביעים על כך ש $\gamma = 0.5$ מספק התאמה טובה (good fit) לשערי הריבית הנצפים בשוק. לפיכך, במאמר זה אעשה שימוש במודל C-I-R.

$$C - I - R: \quad \Delta r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma \sqrt{r_t} \Delta z_t$$

תחילה, אספתי נתונים על שערי הריבית החודשיים של ריבית בנק ישראל בתקופה 31.12.2019—31.12.2024. (61 חודשים). לאחר מכן, באמצעות טכניקה אקטוארית שנקראת ״אומדני נראות מקסימלית״ Maximum Likelihood Estimators: MLE) אמדתי את מהירות התסוגה לממוצע (k), את הריבית החודשית הממוצעת ארוכת הטווח (θ) (כשמדברים על העתיד מדברים על הממוצע. למה? כי הממוצע הוא המשערך/המנבא הטוב ביותר בטבע) ואת התנודתיות החודשית הצפויה של שיעורי השינויים בריבית (σ), לתקופה הנבדקת. ריבית הספוט עמדה נכון למועד החיזוי (31.12.2024) על 4.5%.

טכניקת ״אומדני נראות מקסימלית״ כרוכה בבחירת ערכים עבור הפרמטרים אשר ממקסמים את הסיכוי (הסבירות או ההסתברות) להתרחשות הנתונים. כדי להמחיש את הטכניקה, נתחיל בדוגמה פשוטה מאוד. נניח שנדגום 10 מניות באקראי ביום מסוים ונגלה שהמחיר של אחת מהן ירד באותו יום בעוד שמחיריהן של תשע המניות האחרות נשארו זהים או עלו. מהי אם כך התחזית הטובה ביותר (Best Estimate Forecast) שלנו בדבר ההסתברות שמחיריהן של כל 10 המניות שלנו ירדו? התשובה הטבעית היא 10%. וזה בדיוק מה שטכניקת הנראות המקסימלית הייתה נותנת רק באמצעות פתרון בעיית אופטימיזציה של פונקציה מתמטית (כלומר, על ידי גזירה של הפונקציה, השוואת הנגזרת הראשונה שלה לאפס וחילוץ הפרמטר שפותר את המשוואה – הוא שורש הפונקציה).

אז באמצעות טכניקת ״אומדני נראות מקסימלית״ קיבלתי שמהירות התסוגה לממוצע (k) שווה ל- 3.459%, שהריבית השנתית הממוצעת ארוכת הטווח שווה ל- 0.090% ושהתנודתיות (סטיית התקן) החודשית הנורמטיבית הצפויה של שיעורי השינויים בריבית שווה ל- 1.529%. מאחר וישנם 12 חודשים בשנה הרי שהתנודתיות השנתית הנורמטיבית הצפויה של שיעורי השינויים בריבית נאמדה על ידי ב- 5.297% לשנה.

כעת הרצתי טכניקה אקטוארית נוספת בשם ״סימולציית מונטה קרלו״ (5,000 הרצות) המבוססת על תהליך סטוכסטי הכולל תסוגה לממוצע (Mean-Reversion). סימולציית מונטה קרלו מסייעת בקבלת החלטה בתנאי אי וודאות המשלבת שימוש במספרים אקראיים, בהתפלגויות ערכים אפשריות ובהסתברויות, ובכך למעשה עוזרת בפתרון בעיות הקשורות לניהול סיכונים ותחזיות לעתיד. סימולציית מונטה קרלו נמצאת בשימוש רחב בעולם הפיננסים וההשקעות, בהנדסה, ביולוגיה חישובית, כימיה וסטטיסטיקה יישומית ומהווה כלי עזר חשוב בקבלת החלטות.

הערך המוסף העיקרי של ״סימולציית מונטה קרלו״ הוא שהיא מציגה עבור משתני התחזית לא רק את ערכי התוצאה החזויים כמו בניתוחי רגישות וכלים מתמטיים וסטטיסטיים אחרים, אלא גם מהי ההסתברות שיתקבלו אותם ערכים חזויים. ובכך, ״סימולציית מונטה קרלו״ מצמצמת באופן ניכר את חוסר הודאות סביב התחזית:

Summary Statistics for Interest Rate 2025

Statistics		Percentile	
Minimum	1.09%	5%	2.63%
Maximum	9.23%	10%	2.98%
Mean	4.36%	15%	3.22%
Std Dev	1.09%	20%	3.44%
Variance	0.0001197	25%	3.60%
Skewness	0.2613382	30%	3.76%
Kurtosis	3.0895261	35%	3.90%
Median	4.30%	40%	4.03%
Mode	4.25%	45%	4.17%
Left X	2.63%	50%	4.30%
Left P	5%	55%	4.44%
Right X	6.22%	60%	4.57%
Right P	95%	65%	4.74%
Diff X	3.59%	70%	4.88%
Diff P	90%	75%	5.07%
#Errors	0	80%	5.27%
Filter Min	Off	85%	5.48%
Filter Max	Off	90%	5.80%
#Filtered	0	95%	6.22%

מניתוח ״סימולציית מונטה קרלו״ עולה כי התחזית שלנו שיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025, בטווח של סטיית תקן אחת, נעה בטווח שבין 3.27% לבין 5.45%.

אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 הוא ממוצע התפלגות הריביות העתידיות לעיל, אזי למעשה התחזית שלנו לשיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 היא 4.36%. לחילופין, אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 הוא חציון התפלגות הריביות העתידיות לעיל, או אז למעשה התחזית שלנו לשיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 היא 4.30%. ולחילופי חילופין, אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 הוא שכיח התפלגות הריביות העתידיות לעיל, הרי למעשה התחזית שלנו לשיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 היא 4.25%.

אז אלו הסתברויות מודל הסימולציה שלי מספק? המודל שלי קובע שקיימת הסתברות של 5% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 2.63%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 95% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 2.63%. בנוסף, המודל שלי קובע שישנה הסתברות של 35% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 3.90%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 65% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 3.90%.

עוד קובע המודל שלי שישנה הסתברות של 65% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 4.74%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 35% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 4.74%. ולבסוף המודל שלי קובע גם שישנה הסתברות של 95% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 6.22%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 5% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 6.22%. כך יש לפרש את יתר ההסתברויות הנקובות בטבלה לעיל.

מהתוצאות לעיל, אנו למדים שמודל הסימולציה מנבא ברמת ביטחון של 90% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 ״ייפול״ בטווח שבין 2.63% לבין 6.22% (בתוחלת כ-4.36%). כלומר, קיימת רמת מובהקות של 5% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך יותר מ- 2.63% ורמת מובהקות נוספת של 5% ששיעור ריבית בנק ישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 6.22%.