



מודלים אקטואריים הסתברותיים לדירוג אשראי

האקטואר רועי פולניצר מסביר כיצד ניתן להשתמש במודלים הסתברותיים משמשים להערכת סיכון אשראי.

$$S(Y_i) = \frac{1}{1 + e^{-Y_i}}$$

כאשר: $S(Y_i)$ - ההסתברות המצטברת הלוגיסטית לחדלות פירעון של לווה i
 Y_i - הערך המתקבל מאמידת מודל ההסתברות הלוגיסטית

החלשה העיקרית של המודל היא ההנחה שההסתברות המצטברת לחדלות פירעון היא בעלת הצורה של פונקציה לוגיסטית, מצב שאינו כורח במציאות.

מודל ה-probit

גם מודל ה-probit מתקן את העיוות שנוצר במודל ההסתברות הלוגיסטית ותוחם את ההסתברות המצטברת לחדלות פירעון של לווה בין 0 ל-1, כך שהמשתנה המוסבר מקבל שני ערכים בלבד: ערך 0 מייצג לווה המצוי בחדלות פירעון וערך של 1 מייצג לווה סולבנט (בעל איתנות פיננסית).

מודל זה משתמש בסדרה של משתנים חשבוניים לחיזוי ההסתברות לחדלות הפירעון של הלווה, ומניח שהסתברות זו היא בעלת התפלגות נורמלית סטנדרטית, המובלעת, לפי ההגדרה, לתחום בין 0 ל-1 באמצעות פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית עד לקודקוד Y_i מסומנת כ- $\Phi(Y_i)$ (המוכרת לאנשי האופציות כ- $N(Y_i)$). הפונקציה $\Phi(Y_i)$ איננה פונקציה אלמנטרית (כלומר, היא אינה מתקבלת מהרכבה סופית של פולינומים, פונקציית האקספוננט והפונקציות הטריגונומטריות, והפונקציות המעופפות להם). משום כך, כמעט כל ספר העוסק במתמטיקה סטטיסטית כולל גם את לוח ההתפלגות הנורמלית הסטנדרטית המצטברת המכיל את הערכים המקורבים להתפלגות הנורמלית הסטנדרטית, שחושבו באמצעות שיטות נומריות.

מודל ה-probit שונה ממודל ה-logit בהניחו כאמור שההסתברות לחדלות פירעון היא בעלת ההסתברות מצטברת נורמלית ולא לוגיסטית. עם זאת, על ידי הכללת התוצאות של ההתפלגות הלוגיסטית במקום מתאים ניתן לקבל את ההתפלגות של מודל ה-probit.

מודל לינארי מפלה (linear discriminant analysis)

לעומת שלושת המודלים הראשונים, האומדים את ההסתברות הצפויה לחדלות פירעון של הלווה, המודל הלינארי מפלה מסוג את הלוחים לקבוצות בעלות סיכון אשראי גבוה או נמוך, בהתאם למאפייניהם הפיננסיים. דוגמה למודל זה היא מודל ה-Z-score שפיתח פרופ' אדוארד אלטמן ב-1968.

אלטמן בחן את המאפיינים הייחודיים של חדלויות פירעון בקרב חברות בעי"מ כדי לקבוע את המשתנים שעשויים להיות אינדיקטורים ומבואים אקטואריים שלהן. הוא ביסס את מחקרו על מדגם שהורכב מ-66 חברות בעי"מ תעשייתיות, מחציתן חברות שהגיעו לחדלות פירעון במהלך התקופה שבין 1946 ל-1965, ומחציתן חברות סולבנטיות.

החברות בקבוצת החברות הסולבנטיות נבחרו בהתאם להשתייכות העמית והוגדל של החברות שהגיעו לחדלות פירעון, שיטת Multiple discriminant analysis (MDA) הועדפה על אלטמן כטכניקה סטטיסטית מאמינה לטיפול בנושא הנבחן. נסביר כי MDA היא שיטה המשמשת למיון תצפיות לאחת מתוך כמה קבוצות, בהתחשב במאפייניהן האינדיבידואליים. השיטה עוילה בעיקר לטיפול בעיות מיון ו/או חיזוי, כאשר המשתנה התלוי הוא איכותי, כגון: זכר או נקבה, עובד או לא-עובד, פושט זר או לא פושט זר.

אלטמן בחר להערכה 22 משתנים (יחסים פיננסיים) העשויים להיות מוטלים נגיבי חדלויות פירעון. בין כל המשתנים שחשבו, פונקציה המבחינה בהצלחה המרבית בין שתי הקבוצות (חדלות פירעון וסולבנטיות) הכילה 5 משתנים:

$$Z = 0.012X_1 + 0.014X_2 + 0.033X_3 + 0.006X_4 + 0.999X_5$$

כאשר: X_1 - הרווח החרוז לסך הנכסים
 X_2 - יתרת העודפים לסך הנכסים
 X_3 - הרווח התפעולי לסך הנכסים
 X_4 - שווי השוק של החוב העצמי לסך ההתחייבויות
 X_5 - סך ההכנסות לסך הנכסים

השוואת הממוצעים של היחסים הפיננסיים שנה לפני חדלות הפירעון הצביעה על הבדלים מהותיים בין שתי הקבוצות -- חברות חדלות פירעון זרז ונחלת סולבנטיות. לאחד התנוונים מהדו"ח הכספי האחרון שקדם לחדלות הפירעון, הבחין מודל Z-score בדיוק רב בין חברות חדלות פירעון לבין חברות סולבנטיות.

הטעות מהסוג הראשון - דירוג חברה חדלת פירעון כסולבנטית - הייתה נמוכה מאוד: כ-6% בלבד; הטעות מהסוג השני - דירוג חברה סולבנטית כחדלת פירעון - הייתה קטנה עוד יותר: כ-3% בלבד. אלטמן הניביו החולל של המודל היה גבוה מאוד - 95% מכלל המדגם. אלטמן בדק גם את כוח ההסבר ארוך הטווח של המודל על פני התקופה של 5 שנים עד לחדלות הפירעון, ומצא שהוא נשאר גבוה עד שלוש שנים לפני חדלות הפירעון.

במטרה נקיבה על מי שאין ברשותו תוכנה סטטיסטית הכוללת יישום

מודל הסתברותי הוא מודל המשתמש בתוונים כמותיים ו/או איכותיים כדי לאמוד את ההסתברות לקרות מצב טבע מסוים. לפני כמה שנים זכיתי במקום הראשון בתחרות שערכה מכללת גוון ברייס בין דאטה-סיינטיסטים באמידת סיכון חדלות פירעון. במסגרת התחרות נתבקשנו לפתח מודל להערכת סיכון אשראי של לווים, כלומר, מודל שיסייע להתריע על סיכון חדלות פירעון של לווים במועד מועד, כאשר מודל זה יכול לשמש לצורך ניהול סיכונים וקבלת החלטות עסקיות לצורך תהליכי מדיניות מותן אשראי.

מאפייניהם של מודלים לדירוג אשראי

לחיזוי קשיים פיננסיים וחדלויות פירעון נודעת חשיבות רבה בעולם העסקי. לא רק האחראים למותן אשראי בבנקים וקופים כלכליים המאפשרים בדיקה של מידת הסיכון של לקוחותיהם; גם בעלי מניות, משקיעים ומנהלים נדרשים לאמוד את הסיכון ואת מדיניות המימון של השקעותיהם או של חברותיהם.

זו תקופה ארוכה מנסים חוקרים בתחום של אקטואריית סיכונים אשראי להבין את הניבוי של כישלון עסקי ולשפרו, ובמחקרים נושאת איתנות פיננסית של חברות הוחל עוד בשנות השלושים. אחת השאלות המפתות והוותיקות ביותר לחיזוי חדלויות פירעון היא ניתוח יחסים כלכליים והמבוצים של החברה ושל סביבתה העסקית.

מחקרים רבים הגיעו למסקנה ברורה שבפירמה נכשלת היחסים הפיננסיים שונים מהותית מאשר בעסק חזי. במחקרים מחוטים אקטואריית סיכונים אשראי נבנו מודלים לדירוג האשראי שהשתמכו על מספר יחסים פיננסיים, כולל התחשבות בקשרי הגומלין ביניהם.

מודלים אלו משקללים את היחסים הפיננסיים במקדמי חשיבות וכך יוצרים מדד המשקף את דירוג האשראי הדרגוני של הלווה או את ההסתברות לחדלות הפירעון שלו. כך ליישם את המודלים לדירוג האשראי אקטואר לבחור מדדי סיכון כלכליים ופיננסיים אוידיטיביים בעבור כל קבוצה של לווים.

נעיר שרק חברה בעי"מ יכולה להגיע לחדלות פירעון וכל לווה שאיננו חברה בעי"מ (לרבות לווה צרכני) יכול לפשוט רגל. לנבי אשראי קמעונאי (לווים צרכניים) אמור מודל דירוג האשראי לכלול מאפיינים כגון: ההכנסה שנתי של משק הבית, נכסיו המצטברים וגישה של המפרינסים העיקריים בתור גורמי הסבר עיקריים. מאידך כשמדובר באשראי עסקי אמור מודל דירוג האשראי לכלול מאפיינים כגון: יחסי המנוף, רווחיות של החברה וניוליות בתור גורמי הסבר עיקריים.

לאחר זיהוי המדדים חשוב לבחור מודל סטטיסטי מתאים להערכת ההסתברות לחדלות פירעון או לקביעת דירוג האשראי הרלוונטי. לדירוג האשראי משמשים מודלים המבדלים סוגים עיקריים.

מודל ההסתברות הלינארי (linear probability model)

מודל ההסתברות הלינארי משתמש בתוונים כלכליים ופיננסיים כדי לאמוד את ההסתברות לחדלות פירעון של לווה. במודל זה מריגים גרסה לינארית שבה המשתנה המוסבר, יכול לקבל ערך של 1 במקרה של חדלות פירעון או לחלופין ערך של 0, במקרה שהפירמה עומדת בתשלום חובותיה.

המשתנים המסבירים יכולים להיות מדדי סיכון כלהם המשקפים את הליינות הפיננסית של הפירמה, כגון: יחסי המנוף הפיננסי, יחסי הרווחים או יחסי הרווחיות.

את המודל אומדים עבור לווים רבים באמצעות גרסה לינארית מהצורה:

$$Y_i = \beta_j X_{ij} + \epsilon$$

כאשר: Y_i - ההסתברות לחדלות פירעון של לווה i
 X_{ij} - המשתנים המסבירים (היחסים הפיננסיים) של לווה i
 β_j - מקדם המודל את החשיבות של משתנה X_j בהסבר חדלות הפירעון של לווה

עם קבלת המקדמים מרצת הרגרסה ניתן להכפילים במשתנים המסבירים של הלווה ולקבל את ההסתברות לחדלות פירעון. עם זאת, ערך ה-1, המודד את ההסתברות לחדלות פירעון של הלווה, עלול לחרוג מתחום שבין 0 ל-1 (כלומר גדול מ-1 או קטן מ-0), ובכך החיסרון העיקרי של המודל.

מודל ה-logit

מודל ה-logit מתקן את העיוות שנוצר במודל ההסתברות הלינארי ותוחם את ההסתברות המצטברת לחדלות פירעון של לווה בין 0 ל-1, כך שהמשתנה המוסבר מקבל שני ערכים בלבד: ערך של 0 מייצג לווה המצוי בחדלות פירעון וערך של 1 מייצג לווה סולבנט (בעל איתנות פיננסית).

מודל זה משתמש בסדרה של משתנים חשבוניים לחיזוי ההסתברות לחדלות הפירעון של הלווה, ומניח שהסתברות זו היא בעלת התפלגות לוגיסטית המובלעת, לפי ההגדרה, לתחום בין 0 ל-1 באמצעות פונקציית ההסתברות:

של MDA, הציע אלטמן שימוש בערך ה-Z הקריטי: כדי לבדוק אם חברה בעי"מ עלולה להגיע לחדלות פירעון יש לכפול את היחסים הפיננסיים שלה במקדמים שהתקבלו על סמך האמידה ולחשב את ערך ה-Z הרלוונטי, על-פי תונוי המדגם, כל החברות בעי"מ בעלות ערך Z הגבוה מ-2.99, היו סולבנטיות, וכל החברות בעי"מ שערך ה-Z שלהן היה נמוך מ-1.81 היו חדלות פירעון, בתחום הניבויים שבין 1.81 ל-2.99 נפלו ערכי Z הן של חברות בעי"מ סולבנטיות והן של חברות בעי"מ חדלות פירעון, ועל כן תחום זה הוגדרה כ- "zone of ignorance". על סמך הניתוח של תחום זה, הגיע אלטמן למסקנה שהערך הקריטי של 2.675 ממוצע את מספר התחזיות השגויות ומכחין בהצלחה מרבית בין חברות חדלות פירעון לבין חברות סולבנטיות. פירושו של דבר כי חברות שערך ה-Z שלהן גבוה מהערך הקריטי אשר נקבע במודל אינן חשופות לסיכון חדלות פירעון, בעוד שחברות שערך ה-Z שחן נמוך מהערך הקריטי חשופות לסיכון זה.

מודל תיאורטי לקביעת הערך הקריטי לדירוג אשראי

אלטמן, הדרגמן ונאריאטאן הציעו מודל תאורטי לקביעת הערך הקריטי לדירוג אשראי:

$$Z = \ln \left(\frac{PD \cdot C_1}{(1 - PD) \cdot C_2} \right)$$

כאשר: Z - הערך הקריטי
PD - ההסתברות למצב של חדלות פירעון (ע"פ הניסיון הקודם)
 C_1 - העלות של טעות מהסוג הראשון
 C_2 - העלות של טעות מהסוג השני

כשבקב עומד להחליט אם לתת הלוואה ללקוח פוטנציאלי, הטעות מחסוג הראשון אולגות למתן הלוואה שלא תוחזר, בחלקה או במלואה, והטעות מחסוג השני אולגות לאי מתן הלוואה שהייתה מוחזרת. במקרה זה, ניתן לבטא את הטעותיות מהסוגים הראשון והשני כך:

$$C_1 = LGD \quad C_2 = r - i$$

כאשר: LGD - ההפסד באחוזים לבנק מתוך קרן הלוואה במקרה שיתממש מקרה של חדלות פירעון של הלווה (Loss Given Default). מקובל בספרות לחילופין להשתמש במשלים ל-1 של ה-LGD, הקרא "שיעור ההשבה" (Recovery Rate) המסומן ב-RR ולכן $LGD = 1 - RR$ (משמעות RR היא האחוז מתוך קרן הלוואה שהבנק יקבל במקרה של חדלות פירעון. נסביר כי RR משתנה בתלות במאפייני נכס החוב, כאשר בעיקר ניתן להבחין בשלוש קבוצות עיקריות: נכסים עם בטוחות מאופיינים ב-RR גבוה יחסית (כ-70%), נכסים ללא בטוחות (כ-50%) ונכסי חוב נחותים (כ-36%).
r - שיעור הריבית האפקטיבי על הלוואה
i - שיעור התשואה האפקטיבי האלטרנטיבי על מקורות הבנק

במקרה של טעות מהסוג הראשון - חדלות פירעון של הלווה - בנק מסחרי שפועל לסיכון של אובדן כספי הלוואה, במלואם או בחלקם. ההפסד בפועל הוא פונקציה של הצלחת הבנק בלממש את זכויותיו ולכסות חלק מהפסדו (על-ידי מימוש ערבויות, עיקול נכסים, הבראת עסקי הלווה וכדומה). תהליך זה יחיה כרוך, כמובן, בהוצאות נוספות, כגון הוצאות משפטיות, הוצאות עסקה, הוצאות ניהול והפסד רווחים אלטרנטיביים. במקרה של טעות מהסוג השני - אובדן ההכנסות מאי מתן הלוואה, שהייתה מוחזרת במלואה, מתקפו על-ידי התבא על השימוש האלטרנטיבי במקורות הבנק. לדעת החוקרים, טעות זו אמורה להיות קטנה מאוד, משום שבפני הבנק עומדת בדרך-כלל האפשרות לתת הלוואה בתנאים דומים ללקוח אלטרנטיבי, במקום זו שנחתה. היחס בין r ל-i משתנה על פני זמן ורגיש לשווי המשקל בשוק הביקוש וההיצע למקורות הכספיים. דוגמה לחישוב הערך הקריטי של מתן הלוואה או דחייתה. ניח את הפרמטרים הבאים עבור לווה מסוים: $PD = 3\%$, $RR = 36\%$, $r = 11\%$, $i = 4\%$,

$$Z = \ln \left(\frac{0.03 \cdot 0.64}{0.96 \cdot 0.07} \right) = -1.263$$

לסיכום מודלים אקטואריים הסתברותיים לדירוג אשראי מבוססים בעיקר על תוונים חשבוניים (ערכי ספרים היסטוריים) הנמדדים באינטרוולים דיסקרטיים (כגון רבעון ושנה), ולכן עולים שלא לבטא שינויים עדינים ואו מהירים במצבו של לווה. חשוב לזכור שיחסים חשבוניים מבוססים על עקרונות חשבוניים מקובלים, ולכן המודלים כולם רגישים מאוד לכללי החשבוטאוי המיושמים. בנוסף, עקב השינויים בתנאי שוק, חשיבות היחסית של המשתנים הפיננסיים בהסבר ההסתברות לחדלות פירעון עלולה להשתנות, והדבר יצריך אמידה מחודשת של המודל.

לבסוף, מודלים אקטואריים הסתברותיים לדירוג אשראי אינם מביאים בחשבון את הגורמים שקשה לכמות, אך עשויים להיות בעלי תפקיד מכריע בקבלת החלטה של מתן הלוואה ובחיזוי חדלות פירעון. כך, למשל, ערבויות שנתן הלווה, המוטיביו של יחס ארוך טווח בין הלווה למלווה, מטרת הלוואה, מועד פירעונה וכיוצא באלה גורמים אינם באים לידי ביטוי במשוואת החיזוי.