



## האלגוריתם של הל אנד ווייט להערכת שווי כלכלי של כתבי אופציות לא סחירים שהוענקו לעובדים במסגרת תוכנית להענקת אופציות למניות

לצורך הערכת השווי הכלכלי של כתבי אופציות לעובדים, אנו מתבססים על המודל הבינומי הסטנדרטי של ג'ון קוקס, סטפן רוס ומארק רובינשטיין (1979) לתמחור אופציות ונילה תוך התאמתו לתמחור אופציות לעובדים.

### תהליך חישוב השווי ההוגן

אמידת פרמטרים להתנהגות המימושים של עובדים- בניגוד למשקיעים פיננסיים, עובדים נוטים לממש את האופציות שברשותן לפני פקיעתן, וזאת עקב תלותם הכלכלית בחברה והצורך לפזר סיכונים. המודל הבינומי מאפשר לקחת בחשבון את התנהגות המימושים של עובדים על ידי הטמעת פרמטר המבטא את הרווח המינימלי בו העובד יממש את האופציה המוגדר כ-

$$SubOptimalExerciseFactor = \frac{StockPrice}{ExercisePrice} \text{ (להלן "פקטור מימוש מוקדם")}$$

- אמידת התנודתיות הנורמטיבית הצפויה של מחיר המניה לתקופה הדומה למשך חיי האופציה עד למועד הפקיעה.
- אמידת שיעור הריבית חסרת הסיכון למח"מ הדומה למשך חיי האופציה עד למועד הפקיעה.
- אמידת שיעור הדיבידנד הצפוי על המניה לתקופה הדומה למשך חיי האופציה עד למועד הפקיעה.
- אמידת שיעור החילוט של האופציות- בהתבסס על שיעור העזיבה החזוי של העובדים בתקופת ההבשלה ולאורך שאר חיי האופציה אשר זכותם לאופציות למניות תחולט. שיעור החילוט החזוי משפיע על השווי ההוגן ועל ההוצאה החזויה באופן הבא:
  - ✓ טרם תקופת ההבשלה: משפיע על מספר האופציות שיגיעו להבשלה (QV).
  - ✓ לאחר תקופת ההבשלה: משפיע על השווי ההוגן של יחידת אופציה אחת בכל מנה (P).
- הטמעת הפרמטרים הנ"ל, תנאים נוספים של האופציות (כגון תוספת המימוש, תקופות חסימה והבשלה, ומועד הפקיעה) ושווי נכס הבסיס למועד ההענקת במודל הבינומי מסוג המתואם לתנאי האופציות.



המודל הבינומי הסטנדרטי של ג'ון קוקס, סטפן רוס ומארק רובינשטיין (1979) לתמחור אופציות ונילה

המודל הבינומי אשר פותח ע"י ג'ון קוקס, סטפן רוס ומארק רובינשטיין (Cox, John C., Stephen A. Ross, and Mark Rubinstein. 1979. "Option Pricing: A Simplified Approach." Journal of Financial Economics 7: 229-263) הינו כאמור מודל רשת (Lattice Model) לתמחור אופציות ונילה (Vanilla Option) עם אפשרות למימוש מוקדם (Early Exercise) בכל יום על פני משך חיי האופציה (American Option). זהו למעשה מודל פיננסי המספק שיטה נומרית להערכת אופציות המבוססת על אסטרטגיה נייטרלית לסיכון (risk neutral), קרי עולם שבו תוחלת התשואה הצפויה מכל הנכסים הסחירים שווה לשיעור הריבית חסרת הסיכון). המודל הבינומי מניח כי בכל תקופה מחיר המניה יכול לקבל שני ערכים בלבד, ערך גבוה ממחיר המניה בתקופה הקודמת (UpSize) וערך נמוך ממנו (DownSize). הערכים נקבעים על סמך פרמטרים להשתנות מחיר המניה (סטיית תקן)

מידול התנהגות מחירי המניה העתידיים

מידול התנהגות מחירי המניה העתידיים נעשה על סמך שיטה מקובלת המניחה התנהגות של מהלך מקרי (Random Walk) של מחירי המניה המבוסס על תנועה סטוכסטית הכוללת תנועה בראונית גיאומטרית (Geometric Brownian Motion) של הלוגריתם הטבעי של מחירי המניה בשוק. על פי שיטה זאת שני מחירי המניה האפשריים בתקופה  $t + 1$  הינם:

$$Stock Price_{t+1}^{j+1} = Stock Price_t^j \cdot e^{Volatility \times \sqrt{StepSize}} = Stock Price_t^j \cdot UpSize \quad (1)$$

$$Stock Price_{t+1}^{j+1} = Stock Price_t^j \cdot e^{-Volatility \times \sqrt{StepSize}} = Stock Price_t^j \cdot DownSize \quad (2)$$



כאשר :

$Stock Price_t^j$  - מחיר המניה בתקופה  $t$  בצומת  $j$

*Volatility* - התנודתיות הנורמטיבית הצפויה של מחיר המניה (במונחים שנתיים)

*StepSize* - גודל כל איטרציה (מדרגת זמן או תקופת זמן). בקיצור- משך הזמן בין  $t$  ל- $t + 1$

כאשר :

$$Stepsize = \frac{Maturity}{No.of.Iterations}$$

*Maturity* - משך חיי האופציה, משך הזמן (בשנים) שבין מועד ההערכה למועד הפקיעה

*No.of.Iterations* - מספר האיטרציות במודל



ההסתברות לתנועה של מחירי המניה  
להלן הנוסחה לחישוב ההסתברות (*Assuming Risk Neutrality Risk Neutral Probability*) לעליית מחיר המניה (*UpSize*):

$$Prob = \frac{e^{(RiskFree - Dividends) \cdot StepSize} - DownSize}{UpSize - DownSize}$$

כאשר:

*RiskFree* - שיעור הריבית חסרת הסיכון (במונחים שנתיים)

*Dividends* - שיעור הדיבידנד הצפוי על המניה (במונחים שנתיים)

$(1 - Prob)$  - ההסתברות לירידת מחיר המניה

חישוב שווי הוגן לאופציה (FMV)

בחישוב הרגיל של המודל הבינומי הסטנדרטי לתמחור אופציות, שווי האופציה המחושבת במודל נאמד על ידי תהליך רקורסיבי ממועד הפקיעה למועד החישוב על בסיס צמתי ההחלטה (Nodes) במודל, כאשר בכל צומת החלטה (באופציה אמריקאית) הניצע צפוי לבחור בגובה מבין הרווח ממימוש מיידי (השווי הפנימי) לבין התוחלת המהוונת של התמורה כלכלית התזרימית העתידית הצפויה לנבוע מהצמתיים העוקבים.



המודל הבינומי של גיון הל ואלן ווייט (2004) לתמחור אופציות לעובדים

Hull, John and Alan White. 2004. "How to Value Employee Stock Options." (Financial Analysts Journal 60: 114-119), הינו כאמור מודל רשתי (Lattice Model) לתמחור אופציות חסם (Barrier Option) מסוג (Up and In) Knock in.

חישוב שווי הוגן לאופציה (FMV)

המודל הותאם על ידי גיון הל ווייט (2004) למודל של אופציות לעובדים (Flexible Lattice Exercise Behavior) ולתנאייהן המיוחדים, כך שבשונה מאופן החישוב הרגיל של המודל הבינומי הסטנדרטי, שווי האופציה בכל נקודת זמן (איטרציה) במודל מחושב כדקלמן:

שווייה של האופציה בצמתים הסופיים (בתקופה ה-N בצומת ה-j):

$$OptionValue_N^j = \text{Max}(Stock Price_N^j - Strike Price, 0)$$

כאשר:

$N = \text{Maturity}$



שווייה של האופציה בכל צומת בעץ (בתקופות העתידיות בין 0 ל- N (לא כולל) בצומת ה- j):

(1) אם:

$$[t \geq Vesting]$$

וגם אם:

$$[Stock Price_t^j \geq Strike Price \times SubOptimalExerciseFactor]$$

אז:

$$OptionValue_t^j = (Stock Price_t^j - Strike Price)$$

כאשר:

*Vesting* - משך הזמן (בשנים) שבין מועד ההערכה למועד ההבשלה.

$$t = j \times Stepsize$$



: אם (2)

$$[t \geq Vesting]$$

: וגם אם

$$[Stock Price_t^j < Strike Price \times SubOptimalExerciseFactor]$$

: אז

$$OptionValue_t^j = Max \left\{ \begin{aligned} & (ExitRatePostVesting \times StepSize) \times [Max(Stock Price_t^j - StrikePrice, 0)] + \\ & (1 - ExitRatePostVesting \times StepSize) \times [(Prob \times Stock Price_{t+1}^{j+1} + (1 - Prob) \times Stock Price_{t+1}^j) \times e^{-RiskFree \times StepSize}] \end{aligned} \right\}$$

: כאשר

*ExitRatePostVesting* - שיעור העזיבה החזוי של העובדים לאחר סיום תקופת ההבשלה.

**Intrinsic Value**  
Independent Business Appraisers



Recognize. Measure. Present the Result.

: אם (3)

$[t < Vesting]$

: אז

$$OptionValue_t^j = Max \left\{ (1 - ExitRatePreVesting \times Stepsize) \times \left[ (Prob \times StockPrice_{t+1}^{j+1} + (1 - Prob) \times StockPrice_{t+1}^j) \times e^{-RiskFree \times Stepsize} \right] \right\}$$

: כאשר

*ExitRatePreVesting* - שיעור העזיבה החזוי של העובדים במהלך תקופת ההבשלה.

WhatsApp: +972.52.598.1668

www.intrinsicvalue.co.il

polanitz5@gmail.com