



# אופציות על מדד ת"א 35, סטיית התקן הגלומה, מדד ה-VIX על מדד ת"א 35 והמידע הטמון במחירי האופציות בשוק

הכלכלן המוערך [האקטואר רועי פולניצר](#) מסביר מהן אופציות על מדד ת"א 35, מהו מודל בלק אנד שולס לתמחור אופציות, מציג דוגמא מספרית לתמחור אופציות מוכר על מדד ת"א 35, מסביר מהי סטיית התקן הגלומה ועד כמה חשוב המידע הטמון במחירי האופציות בשוק.

אלמנט המנבא את מחירי נכס הבסיס בתקופה הבאה. כך שבהיתן מחירי נכס הבסיס היום או מניחים כי בעוד כשנה מחירי נכס הבסיס יתפלג בגבולות התנודתיות הנורמטיבית הצפויה של התשואות (כלומר, סטיית התקן לאותה תקופה).

יחד עם זאת, לא ניתן להציב ישירות את התנודתיות של מחירי נכס הבסיס בהיותם מפולגים לוג-נורמלית (קרי, בהיותם מספרים חיוביים) ועל כן נהוג להשתמש בתנודתיות של תשואות נכס הבסיס המפולגות נורמלית (קרי בהיותם מספרים ממשיים).

## דוגמא מספרית לתמחור אופציות מוכר על מדד ת"א 35

לדוגמא: קניית אופציית MARCH 2,460 P במחיר של 2,807 ש"ח לאופציה, מקנה למחזיק בה את הזכות למכור 100 יחידות מדד ת"א 35 במחיר של 246,000 ש"ח (100 יחידות  $\times$  2,460 ש"ח ליחידה) ביום המימוש בחודש מרץ. אם ביום המימוש ערו של מדד ת"א 35 יהיה 2,430 נקודות, אזי יקבל המחזיק באופציה סכום של 3,000 ש"ח  $[2,430 - (2,460 \times 100)]$  לפני ניכוי עמלות.

להלן דוגמא לחישוב שווי אופציית מכר (PUT) על מדד ת"א 35 לפי נוסחת בלק אנד שולס, כאשר הנתונים הם:

- מועד הערכת השווי: 5.1.2025
- מועד הפקיעה: 28.3.2025
- זמן למימוש: 0.2247 שנים
- מדד ת"א 35 הנוכחי: 2,429.80
- מחיר המימוש: 2,440
- שיעור הריבית חסרת הסיכון: 4.2%
- סטיית התקן (התנודתיות): 12%

$$d_1 = \frac{\ln(242,980/244,000) + (0.042 + 0.12^2/2) \cdot 0.22}{0.12 \cdot \sqrt{0.22}}$$

$$d_1 = 0.1207$$

$$d_2 = 0.1207 - 0.12 \cdot \sqrt{0.22} = 0.0638$$

$$N(-d_1) = 0.4520 \quad N(-d_2) = 0.4746$$

נסביר ש- $N(d)$  היא פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית ממינוס אינסוף ועד לנקודה  $d$ . במודל בלק אנד שולס ל- $N(-d_2)$  יש פירוש כלכלי: זו ההסתברות הניטרלית לסיכון (RNP- Risk Neutral Probability) למימוש אופציית מכר (Put) בזמן (קרי, במועד הפקיעה).

תוצאת המודל היא שההסתברות השנתית שאופציית ה-PUT האמורה תמומש במועד הפקיעה היא 47.46%. במודל בלק אנד שולס ל- $N(-d_1)$  יש שני פירושים. פירוש אחד הוא שכאשר מדד ת"א 35 עולה (או יורד) ב-1, שווי מחיר אופציית ה-PUT האמורה יורד (עולה) ב-45.20 ש"ח (כפול מכפיל נכס הבסיס של האופציה).

למכור (תלוי בסוג האופציה: רכש/מכר בהתאמה) 100 יחידות מדד ת"א 35.

## מודל בלק אנד שולס לתמחור אופציות

המודל הפופולארי ביותר לתמחור אופציות הינו מודל בלק אנד שולס, על שם של מפתחיו (פישר בלק ומיירון שולס, שאת האחרון יצא לי לפגוש ולדבר איתו על הערכות שווי אופציות). מודל בלק אנד שולס פורסם במהלך השנים 1973-1974, ונחשב כפורץ דרך בתחום הערכת שווי אופציות.

מודל בלק אנד שולס השפיע באופן מהותי על האופן שבו סוחרים בשווקים מתמחרים אופציות ומגדירים סיכונים. מאחר ובאופציות קיים אלמנט הסתברותי, הנגזר מהמרחק מהכסף (Moneyness), קרי המרחק של מחיר המימוש של האופציה מהמחיר המיידי של נכס הבסיס שעליו כתובה האופציה) כמו גם מהעובדה שמדובר בזכות ולא בהתחייבות, הרי שהערכת שווייה של אופציה מורכב יותר מהערכת שווייה של איגרת חוב רגילה (Straight Bond), היא איגרת שערכה הנקוב שווה להחזר ההון המשולם למחזיק בה בעת פדיונה ותשלומי הריבית הם בסכום השווה לשיעור הריבית הנקובה מתוך הערך הנקוב).

הנחת הבסיס העומדת מאחורי מרבית המודלים להערכת שווי אופציות, הינה אי סבירות למצב ארביטראז'. במילים אחרות, רוב המודלים להערכת שווי אופציות אינם מאפשרים בכל קומבינציית מצבים ובכל נקודת זמן מצב של הפקת רווח בטוח ודאי חסר סיכון הן בהווה והן בעתיד.

נוסחת בלק אנד שולס לוקחת בחשבון את הפרמטרים הבאים: המחיר המיידי (spot) של נכס הבסיס נכון למועד הערכת השווי (S), מחיר המימוש של האופציה (X), שיעור הריבית חסרת הסיכון (r), משך חיי האופציה, ממועד הערכת השווי ועד למועד הפקיעה בשנים (T) וסטיית התקן של נכס הבסיס (קרי, התנודתיות של שיעורי התשואה על מחירי נכס הבסיס המסומנת באמצעות האות היוונית סיגמא  $\sigma$ ). הסבר מלא של המודל חורג ממסגרת מאמר זה.

המחשה ברורה של השימוש בו ניתן למצוא אצל במאמרו של Polanitzer (2021) שכותרתו Black & Scholes Model in Python; Predict European Option Prices on Non-Dividend-Paying Stocks אשר פורסם ב-23 באוקטובר 2021 ב-Medium.

חוסר היכולת לדעת את המחיר העתידי של נכס הבסיס הוא אחד מנקודות התורפה העיקריות של כל מודלי האי-ארביטראז' הקיימים כיום. יחד עם זאת, על פי המודלים המקובלים להערכת שווי אופציות, מחיר נכס הבסיס בעתיד הינו (בתוחלת) מחיר נכס הבסיס המיידי בתוספת שיעור הריבית חסרת הסיכון לתקופת הזמן העתידי.

נעיר כי נהוג להציב במודל את סטיית התקן (התנודתיות, Volatility) של תשואות נכס בתור

יום נשאלתי על ידי חבר מדוע אנו בישראל משתמשים ב-VIX על מדד ה-S&P 500 כאשר יש לנו כאן בישראל בורסה עם אופציות על מדד המעו"ף. אז עבור אותו חבר שלא ידע שקיים מדד VIX ישראלי אני כותב את המאמר הזה.

## מעו"ף – מכשירים עתידיים ופיננסיים

מדד ת"א 35 (שנקרא בעבר מדד המעו"ף ובהמשך עד אמצע פברואר 2017 "מדד תל אביב 25") הוא מדד הדגל של הבורסה לניירות ערך בתל אביב. מדד תל אביב 35 הינו מדד המחושב בהתייחס ל-35 מניות בעלות שווי השוק הגבוה ביותר מתוך המניות הנסחרות במסגרת "רשימת ת"א 125" בבורסה לניירות ערך בתל-אביב.

בבורסה לני"ע בת"א נסחרות אופציות על מדד ת"א 35. להלן מספר מונחים הקשורים לאופציות אלו:

- **אופציה** – היא חוזה בין שני צדדים המקנה לרוכש אותה זכות (ללא התחייבות), לקנות או למכור כמות קבועה של נכס מסוים למשך תקופת זמן מוגדרת במחיר קבוע מראש (מחיר/תוספת המימוש). עבור זכות זו משלם הפרמיה לכותב האופציה.
- **אופציית רכש (CALL)** – הינה הזכות לקנות את נכס הבסיס במחיר שנקבע מראש (מחיר המימוש) במועד מסוים (מועד הפקיעה).
- **אופציית מכר (PUT)** – הינה הזכות למכור את נכס הבסיס במחיר שנקבע מראש (מחיר המימוש) במועד מסוים (מועד הפקיעה).
- **פרמיה** – תשלום חד פעמי ובלתי חוזר שמשלם רוכש האופציה לכותב האופציה תמורת הזכות שקיבל. הפרמיה אמורה לשקף את שווייה הכלכלי של האופציה.
- **מועד הפקיעה** – באופציות אירופאיות זהו גם מועד המימוש. באופציות על מדד ת"א 35 מדובר בדרי"כ על יום חמישי בשבוע האחרון של החודש.
- **אופציות אירופאיות** – לדוגמא אופציות ת"א 35 או אופציות שקל-דולר הניתנות למימוש רק במועד הפקיעה.
- **אופציות אמריקאיות** – לדוגמא כתבי אופציה של חברות (Warrants), שהמחזיק בהן רשאי לממשן בכל עת עד למועד הפקיעה (וכולל).
- **מחיר המימוש** – המחיר שנקבע מראש בחוזה האופציה, שבו יוכל רוכש האופציה לקנות (או למכור) את נכס הבסיס מכותב האופציה, אם ירצה בכך.
- **אופן המימוש** – באופציות על מדד ת"א 35 מדובר במימוש כספי, כלומר תשלום הפרש כספי בעת המימוש, להבדיל ממימוש פיזי שבו מועבר נכס הבסיס תמורת מחיר המימוש.
- **נכס הבסיס** – מדד ת"א 35. כאשר ערך מדד ת"א 35 מחושב לפי 1 ש"ח לכל נקודה.
- **מכפיל נכס הבסיס** – זהו מספר הפעמים שכנס הבסיס נכלל באופציה אחת. באופציות על מדד ת"א 35 מכפיל נכס הבסיס הוא 100 פעמים מדד ת"א 35. כלומר, כל אופציה מייצגת זכות לקנות או

ההתפתחויות הצפויות בשוק ההון. מדד ה-VIX, אשר פותח בשנות ה-80 של המאה הקודמת, מבוסס על פרמיות הסיכון במחירי האופציות על מדד המניות.

בישראל, המדד מתבסס על מחירי האופציות של מדד ת"א 35 הנסחרות בבורסה לניירות ערך בת"א. מתוך מחירי האופציות בשוק מחלצים את מדד סטיית התקן של מדד ת"א 35, המהווה פרמטר חשוב בקביעת שווי האופציות.

מדד סטיית התקן מודד את התנודתיות הצפויה בחודש הקרוב במדד ת"א 35 כמצפן לכיוונה של הבורסה בת"א. ככל שסטיית התקן גבוהה יותר משמעות הדבר שהשוק צופה שמדד ת"א 35 יהיה תנודתי יותר, כלומר, שבתקופה הקרובה צפויות עליות או ירידות בעוצמות גבוהות יותר.

הצד השני של סטיית התקן הגלומה הוא שכל שהיא גבוהה יותר כך גם פרמיית הסיכון או פרמיית הביטוח גבוהה יותר. אופציות מכר (PUT), למשל, מהוות חוזה ביטוח (על פי רוברט מרטון, מי שקיבל פרס נובל על מודל בלק אנד שולס, מדובר ב"ערבות") מפני ירידת שוק המניות עד מועד הפקיעה של האופציה.

ככל שהסיכוי להתממשות הסיכון גבוה יותר כך גם מחיר הביטוח (הערבות לפי מרטון) עולה. לפיכך, מדד התנודתיות משקף בכל עת את עלות הביטוח בשוק.

אם נעקוב אחר התפתחות מדד ה-VIX על מדד ת"א 35 בשנה האחרונה נראה שרמתו הייתה נמוכה יחסית (ואבסולוטית) ב-21 באוקטובר 2024 עת עמד על 8.98%. "ימדד פחד" של כ-15% הוא מדד "נורמלי" לשוק הישראלי בעתות של שקט כלכלי ופוליטי. ב-5 באוגוסט 2024 הגיע מדד הפחד לשיאו בשנת 2024 עת עלה ל-26.09%.

## המידע הטמון במחירי האופציות בשוק

התופעה שהסתמנה בחודשים האחרונים, של ירידת סטיית התקן הגלומה באופציות ת"א 35 עם מדד ת"א 35, היא תופעה ידועה בכל העולם. היא משקפת בין השאר את דחיית הסיכון של המשקיעים: כאשר אי הוודאות קטנה המשקיעים מגדילים את חשיפתם לשוק המניות, קונים מניות, וכתוצאה מכך, מדד מחירי המניות עולה.

יש קשר ישיר בין רמת סטיית התקן הגלומה ובין הפרמיה המשולמת על האופציה. ככל שסטיית התקן הגלומה גבוהה יותר כך יהיה גבוה יותר ערך האופציה.

אם משקיע רוכש אופציות מכר (PUT) לצורכי הגנה מפני ירידת מדד ת"א 35, הרי שהפרמיה תשקף את תנודתיות המדד. פרמיית הסיכון שנשלם תלך ותעלה ככל שסטיית התקן המגולמת במחיר השוק של האופציות תהיה גבוהה יותר.

מומלץ לכל אלה העוקבים אחר שוק ההון לחזור ולבדוק את נתוני סטיית התקן הגלומה באופציות כדי לקבל מידע חשוב על עצבנות השוק ועל הנכונות בו לשלם פרמיית סיכון. אירועים לא מעטים גורמים לעצבנות בקרב פוליטיקאים, אנשי אוצר ובנק ישראל או עיתונאים כלכליים, אשר משדרים אותם לציבור.

באותה עת לא צופים באותה עצבנות בשוקי ההון. יש לזכור כי המבחן האולטימטיבי בשוק ההון הוא כמה מוכנים לשלם בגין אי ודאות ועצבנות, ואת זה ניתן ללמוד רק בשוק האופציות.

התקן של תשואות מחירי נכס הבסיס,  $\sigma$ , קשה יותר להשגה ולבחירה.

ההשפעה של שינויים בשיעור הריבית חסרת הסיכון על שווי האופציה אינה גדולה בהשוואה להשפעתם של שינויים בפרמטרים האחרים. לפיכך טעות בבחירת שיעור הריבית חסרת הסיכון אינה גורמת לסטייה משמעותית בשווי האופציה, בהשוואה לטעות בבחירת סטיית התקן.

מכאן שתוצאת האמידה תלויה במידה רבה במידת הדיוק של אומדן סטיית התקן. מסיבות אלו ואחרות, ייתכן פער בין מחיר האופציה בשוק לבין שווי האופציה על פי נוסחת בלק אנד שולס.

לעיתים קרובות נעשה שימוש בנוסחת בלק אנד שולס באופן שונה. במקום לחשב את שווי האופציה תוך שימוש באומדן סטיית התקן, מניחים שנוסחת בלק אנד שולס אכן נכונה וישימה, ומחשבים את סטיית התקן שאילו הוצבה בנוסחה הייתה נותנת שווי אופציה הזהה למחירה בשוק.

הסבר מפורט על חילוץ סטיית התקן הגלומה ניתן למצוא במאמרו של Polanitzer (2023) שכותרתו Compute the Volatilities Implied by Option Prices Observed in the Market using the SciPy Library אשר פורסם ב-19 בפברואר 2023 ב-Medium.

סטיית תקן זו נקראת סטיית תקן גלומה או משתמעת. סטיית התקן הגלומה מאפשרת למשקיע להשוות בין סטיית התקן הגלומה במחיר האופציה בשוק לבין אומדן "סביר" של סטיית התקן.

אם סטיית התקן הגלומה במחיר האופציה בשוק גבוהה יותר מהאומדן ה"סביר" של סטיית התקן, כי אז ייתכן שהאופציה נסחרת בשוק במחיר הגבוה יותר יחסית לשווי ה"אמיתי" שלה. מאידך, אם סטיית התקן הגלומה במחיר האופציה בשוק נמוכה יותר מהאומדן ה"סביר" של סטיית התקן, כי אז בהחלט ייתכן שהאופציה נסחרת בשוק במחיר הנמוך יותר יחסית לשווי ה"אמיתי" שלה.

כאשר קיימים מספר חוזי אופציה שונים על אותו נכס בסיס (מדד ת"א 35 במקרה דנן שלפנינו), ניתן לאמוד את סטיית התקן הגלומה מתוך מחירי השוק של האופציות השונות ולהשוות בין האומדנים. מאחר שכל האומדנים הינם אומדני סטיית התקן על אותו נכס בסיס, ברור כי תיאורטית אין מקום לכל סטיות בין האומדנים הללו.

מכאן בהחלט ייתכן שאופציה שנתנה אומדן גבוה לסטיית התקן הגלומה בה מתומחרת גבוה יותר יחסית לאופציה שנתנה אומדן נמוך לסטיית התקן הגלומה בה.

## מדד ה-VIX ("מדד הפחד")

מדד ה-VIX הינו מדד שאינו מוכר לציבור הרחב ומטרתו להציג את תנודתיות שוק המניות. רבים מכנים מדד זה בשם "מדד הפחד", מאחר והוא מבטא את רמת החשש של המשקיעים ביחס לשינויים תכופים במגמות שוק ומידת התנודתיות שלו.

מדד זה מספק מידע ייחודי לצורך ניתוח

הפירוש השני הוא של מנת להרכיב תיק חסר סיכון צריך לרכוש (לפתוח פוזיציה LONG על) אופציות PUT אחת (שכאמור כל אופציה נכתבת על 100 יחידות מדד ת"א 35) ולרכוש (לפתוח פוזיציה LONG על) 45.20 יחידות של מדד ת"א 35. כמובן, שבאותה מידה ניתן למכור בחסר (לפתוח פוזיציה SHORT על) אופציות PUT אחת ולמכור בחסר (לפתוח פוזיציה SHORT על) 45.20 יחידות של מדד ת"א 35.

הערכת שווי אופציות המכר האמורה הוא פשוט מאוד. מדובר על אופציה לתקופה של 0.2247 שנים (בנוסחאות כתבתי 0.22 כי לא היה לי מקום), עם סטיית תקן של כ-12.0% וריבית נומינלית חסרת סיכון של 4.2% לשנה.

מחיר ומכפיל נכס האופציה הוא 2,440 ₪ אבל מאחר ומכפיל נכס הבסיס של האופציה הוא 100, הרי שמחיר המימוש האפקטיבי שלה הוא 244,000 ₪. מחיר נכס הבסיס של האופציה (קרי, מדד ת"א 35) עומד נכון ל-5.1.25 (סוף יום) על 2,429.80 ₪, אבל מאחר ומכפיל נכס הבסיס של האופציה הוא 100, הרי שמחיר נכס הבסיס האפקטיבי שלה הוא 242,980 ₪.

תחת פרמטרים אלה נוסחת בלק אנד שולס לתמחור אופציות אירופאיות נותנת שווי של 4,885.91 ₪ לאופציה.

$$P = 244,000 \cdot e^{-0.042 \cdot 0.22} \cdot 0.4746 - 242,980 \cdot 0.4520$$

$$P = 4,885.91$$

שווי זה גבוה מהמחיר שבו נסחרת האופציה בשוק נכון ל-5.1.25 (מחיר של 2,378 ₪ לאופציה). כלומר, סטיית התקן הגלומה במחיר השוק של האופציה שלנו (6.48%) נמוכה יותר מסטיית התקן שבה השתמשתי בחישובי (12.0%).

כל אקטואר פיננסי יודע לומר שני דברים על המצב האמור. הדבר הראשון הוא שאם סטיית התקן הגלומה במחיר השוק של האופציה שלנו (6.48%) נמוכה יותר מסטיית התקן של תשואות נכס הבסיס (12.0%), או אז המשקיעים צופים התייצבות של השוק.

הדבר השני הוא שאם סטיית התקן הגלומה במחיר השוק של אופציות המכר שלנו (6.48%) גבוהה יותר מסטיית התקן הגלומה במחיר השוק של אופציות רכש הדומה בכל התנאים לאופציות המכר שלנו (5.04%), הרי שהמשקיעים צופים את ירידת השוק.

## סטיית התקן הגלומה (Implied Volatility)

כאמור נוסחת בלק אנד שולס נמצאת בשימוש רחב, והינה מקובלת מאוד כנוסחה להערכת שווי אופציות. אולם יש לזכור כי לנוסחה מספר מגבלות.

ראשית, היא מבוססת על מספר הנחות יסוד, שחלקן לעיתים קרובות אינן הולמות את מתאימות למצב במציאות: ההנחה בדבר אי חלוקת דיבידנדים, ההנחה בדבר  $r$  ו- $\sigma$  פרמטרים קבועים לאורך חיי האופציה וההנחה ששינויי המחירים של נכס הבסיס הנם קטנים בפרקי זמן קצרים (הווה אומר: שאין קפיצות במחיר נכס הבסיס).

שנית, תוצאות האמידה תלויה במידה רבה במידת הדיוק של האומדנים של הפרמטרים השונים הכלולים בנוסחה. בעוד המידע על מחיר נכס הבסיס,  $S$ , מחיר המימוש,  $X$ , והזמן הנותר עד לפקיעה,  $t$ , מצוי בחוזה האופציה ובשערי המניות המתפרסמים מידי יום.

המידע על שיעור הריבית חסרת הסיכון,  $r$ , וסטיית