תחזית שער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 באמצעות טכניקה אקטוארית הנקראת "סימולציית מונטה קרלו"

הכלכלן המוערך האקטואר רועי פולניצר מספק תחזית לשער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 באמצעות טכניקה אקטוארית הנקראת "סימולציית מונטה קרלו". טכניקה אקטוארית זו נמצאת בשימוש רחב בעולם הפיננסים, ההשקעות בהנדסה, ביולוגיה חישובית, כימיה וסטטיסטיקה יישומית ומהווה כלי עזר חשוב בקבלת החלטות.

אחת הטענות הבסיסיות של משקיעים הינה שאיש אינו יכול לחזות את השינויים העתידיים בשער החליפין שקל/דולר, ומכאן שהם מתקשים מאד לקבוע האם ברמת שע״ח שקל/דולר הנוכחית כדאי ליבואנים בישראל לגדר מפני פיחות בשע״ח שקל/דולר שעלול להתרחש ולנפח להם את ההוצאות או שדווקא כדאי ליצואנים בישראל לגדר מפני ייסוף בשע״ח שקל/דולר שעלול להתרחש ולפגוע להם בהכנסות. איש הרי אינו יודע מה יהיה בעתיד והעבר אינו מלמד דבר על שערי החליפין שיתממשו מעתה והלאה. ואכן, אחת מאבני היסוד של תורת המימון היא הנחה פונדמנטלית (שאינה נתונה לשינוי) שקובעת שלשערי החליפין הנוכחיים בשוק ״אין זיכרון״ (memoryless) ואין הם יכולים לפיכך להיות מושפעים משערי החליפין בעבר. משמע, העבר אינו מלמד דבר על העתיד. זוהי הנחת בסיס למשל, במודל בלק אנד שולס לתמחור אופציות.

נניח שטענה זו נכונה. הרי שלא ניתן לדעת אם שע״ח שקל/דולר מחר, או בעוד שבוע או בעוד חודש או בזמן כלשהו בעתיד יהיה גבוה יותר או נמוך יותר משע״ח שקל/דולר הנוכחי, אותו שע״ח הנקרא שע״ח ה״ספוט״. בואו לרגע ולא נניח לאלו הטוענים כך. הרי למעשה הם אומרים או מניחים שקיימת הסתברות של 50% ששע״ח שקל/דולר בעוד זמן t מהיום יהיה גבוה יותר משע״ח הספוט ובאותה מידה בהסתברות של 50% ששע״ח שקל/דולר בעוד זמן t מהיום יהיה נמוך יותר משע״ח הספוט. למעשה זוהי הנחה הזהה לזו של הטלת מטבע, ״עץ״ או ״פאלי״.

כמובן שיש לכאורה טיעון נוסף שאותו ניתן לטעון והוא ששע״ח שקל/דולר יהיה בדיוק באותו מקום בעוד זמן t מהיום אך אנו נתעלם מטיעון זה ונחזק את התעלמותנו בהנחה נוספת של תורת המימון הקרויה GBM (תנועת בראון גיאומטרית). GBM הינה הנחה תועלתנית לפיה שערי חליפין ״נסחפים״ (drifted) על ציר הזמן לאורך קו מגמה מסוים (trend) בתוספת ״רעש״ תמידי (תנודתיות המורכבת משינויים אקראיים המכונים). אז מה אומרת הנחת GBM? היא למעשה אומרת לנו ששערי חליפין אינם נשארים אף פעם במקום אלא הם נעים ונדים כל הזמן. GBM הוא כאמור התהליך הסטוכסטי העומד מאחורי התנהגות שערי חליפין.

בשווקים יעילים, שערי חליפין מציגים דפוס התנהגות חוזר הקרוי הילוך מקרי (Random Walk). ליתר דיוק, מונח כי שערים אלו מקיימים תהליך מרקובי (Markov Process), שהוא תהליך סטוכסטי ספציפי שאינו תלוי בהיסטוריה שלו – כך שהתפלגות שערי החליפין העתידיים כולה נשענת על השע״ח הנוכחי בלבד. משמע, העבר איננו רלוונטי לצורך חיזוי התנהגות/התפתחות השערים העתידיים, אלא רק ההווה. תהליכים סטוכסטיים אלו בנויים מהמרכיבים הבאים והם מתוארים על פי סדר מורכבותם:

- **תהליך וינר (Wiener Process)-** מתאר משתנה Δz, שהשינוי שלו נמדד על פני מרווח הזמן Δt כך שהשינוי הממוצע שלו הוא 0 והשונות פרופורציונלית ל- Δt:

$$\Delta z \sim N(0, \Delta t)$$

אם ϵ הוא משתנה מקרי המפולג נורמלית סטנדרטית $N(0, \Delta t)$, אז ניתן לכתוב זאת כ- $\Delta z = \epsilon\sqrt{\Delta t}$. בנוסף, השינויים Δz הינם בלתי תלויים על פני זמן.

- **תהליך וינר כללי (The Generalized Wiener Process)-** מתאר משתנה Δx, שנוצר מתהליך וינר, בתוספת מגמה (trend) קבועה של a ליחידת זמן ותנודתיות b:

$$\Delta x = a\Delta t + b\Delta z$$

מקרה ספציפי הוא המרטינגל (martingale), שהוא למעשה תהליך סטוכסטי עם אפס סחיפה (כלומר, ללא סחיפה), $a = 0$, מה שמוביל לכך ש- $E(\Delta x) = 0$. למרטינגל יש תכונה נוחה לפיה: תוחלת הערך העתידי שווה לערך הנוכחי

$$E(x_T) = x_0$$

- **תהליך איטו (The Ito Process)-** מתאר תהליך וינר כללי שהמגמה והתנודתיות שלו תלויים הן בערך הנוכחי של נכס הבסיס והן בזמן:

$$\Delta x = a(x,t)\Delta t + b(x,t)\Delta z$$

זהו תהליך מרקובי כי ההתפלגות תלויה אך ורק בערך הנוכחי של המשתנה האקראי x, כמו גם בזמן. בנוסף, לשיעור השינוי של תהליך זה יש התפלגות נורמלית. דוגמא ספציפית לתהליך איטו היא **תנועת בראון גיאומטרית (GBM- Geometric Brownian Motion)**, המתוארת עבור המשתנה S בתור

$$\Delta S = \mu S\Delta t + \sigma S\Delta z$$

התהליך עצמו הוא גיאומטרי מכיוון שאיברי המגמה והתנודתיות הינם פרופורציונליים לערכו הנוכחי של S. זהו לרוב המקרה עבור שערי חליפין, ששיעורי התשואות שלהם נראים הרבה יותר סטציונריים מאשר השינויים הגולמיים שלהם, ΔS.

בעוד ש- $\Delta S/S$ מייצג את תשואת ההון בלבד, בהפשטה מתשואת ההכנסה (קרי, ריבית מט״ח), הרי ש- μ מייצג את התשואה הכוללת הצפויה על הנכס בניכוי שיעור תשלום ההכנסה, או ריבית מט״ח במקרה של שערי חליפין. מודל זה חשוב במיוחד מכיוון שהוא למעשה התהליך הסטוכסטי העומד מאחורי נוסחת Black-Scholes. התכונה המרכזית של התפלגות זו היא העובדה שהתנודתיות היא פרופורציונלית ל- S. תכונה זו מבטיחה שרמתו של שע״ח תישאר חיובית. ואכן, ככל ששע״ח שקל/דולר יורד, השונות שלו יורדת, מה שהופך ללא סביר תרחיש שבו שע״ח שקל/דולר יחווה מהלך ירידת שערים גדול שידחוף את שעריו לערכים שליליים. מכיוון שהמודל שואף להתפלגות נורמלית עבור $dS/S = dln(S)$, הרי ש- S מפולג לוג-נורמלית. תהליך זה מרמז על כך שעל פני מרווח הזמן $T - t = \tau$, הלוגריתם הטבעי של המחיר הסופי מפולג כדלקמן:

$$ln(S_T) = ln(S_t) + (\mu - \sigma^2/2)\tau + \sigma\sqrt{\tau}\epsilon$$

כאשר ϵ הוא משתנה מקרי המפולג נורמלית סטנדרטית.

תחילה, אספתי נתונים על מחירי שער החליפין שקל/דולר בתקופה 31.12.2019—31.12.2024. (61 חודשים). לאחר מכן, באמצעות טכניקה אקטוארית שנקראת ״אומדני נראות מקסימלית״ (Maximum Likelihood Estimators: MLE) אמדתי את תוחלת התשואה (המגמה) החודשית הצפויה של שע״ח שקל/דולר (μ) (כשמדברים על העתיד מדברים על הממוצע. למה? כי הממוצע הוא המשערך/המנבא הטוב ביותר בטבע) ואת התנודתיות החודשית הצפויה של תשואות שע״ח שקל/דולר (σ), לתקופה הנבדקת. שע״ח הספוט עמד נכון למועד החיזוי (31.12.2024) על 3.647 ש״ח לדולר ארה״ב.

טכניקת ״אומדני נראות מקסימלית״ כרוכה בבחירת ערכים עבור הפרמטרים אשר ממקסמים את הסיכוי (הסבירות או ההסתברות) להתרחשות הנתונים. כדי להמחיש את הטכניקה, נתחיל בדוגמה פשוטה מאוד. נניח שנדגום 10 מניות באקראי ביום מסוים ונגלה שהמחיר של אחת מהן ירד באותו יום בעוד שמחיריהן של תשע המניות האחרות נשארו זהים או עלו. מהי אם כך התחזית הטובה ביותר (Best Estimate Forecast) שלנו בדבר ההסתברות שמחיריהן של כל 10 המניות שלנו ירדו? התשובה הטבעית היא 10%. וזה בדיוק מה שטכניקת הנראות המקסימלית הייתה נותנת רק באמצעות פתרון בעיית אופטימיזציה של פונקציה מתמטית (כלומר, על ידי גזירה של הפונקציה, השוואת הנגזרת הראשונה שלה לאפס וחילוץ הפרמטר שפותר את המשוואה – הוא שורש הפונקציה).

אז באמצעות טכניקת ״אומדני נראות מקסימלית״ קיבלתי שתוחלת התשואה החודשית הצפויה של שע״ח שקל/דולר שווה ל- 0.061% ושהתנודתיות (סטיית התקן) החודשית הנורמטיבית הצפויה של תשואות שע״ח שקל/דולר שווה ל- 2.400%. מאחר וישנם 12 חודשים בשנה הרי שתוחלת התשואה השנתית הצפויה של שע״ח שקל/דולר נאמדה על ידי ב- 0.730% בעוד שהתנודתיות השנתית הנורמטיבית הצפויה תשואות שע״ח נאמדה על ידי ב- 8.313% לשנה.

כעת הרצתי טכניקה אקטוארית נוספת בשם ״סימולציית מונטה קרלו״ (5,000 הרצות) המבוססת על תהליך סטוכסטי הכולל תנועת בראון גיאומטרית. סימולציית מונטה קרלו מסייעת בקבלת החלטה בתנאי אי וודאות המשלבת שימוש במספרים אקראיים, בהתפלגויות ערכים אפשריות ובהסתברויות, ובכך למעשה עוזרת בפתרון בעיות הקשורות לניהול סיכונים ותחזיות לעתיד. סימולציית מונטה קרלו נמצאת בשימוש רחב בעולם הפיננסים וההשקעות, בהנדסה, ביולוגיה חישובית, כימיה וסטטיסטיקה יישומית ומהווה כלי עזר חשוב בקבלת החלטות.

הערך המוסף העיקרי של ״סימולציית מונטה קרלו״ הוא שהיא מציגה עבור משתני התחזית לא רק את ערכי התוצאה החזויים כמו בניתוחי רגישות וכלים מתמטיים וסטטיסטיים אחרים, אלא גם מהי ההסתברות שיתקבלו אותם ערכים חזויים. ובכך, ״סימולציית מונטה קרלו״ מצמצמת באופן ניכר את חוסר הודאות סביב התחזית:

Summary Statistics for USD/ILS in 2025			
Statistics		**Percentile**	
Minimum	2.633	**5%**	3.202
Maximum	5.060	**10%**	3.298
Mean	3.684	**15%**	3.365
Std Dev	0.307	**20%**	3.419
Variance	0.0940987	**25%**	3.469
Skewness	0.2235775	**30%**	3.516
Kurtosis	3.0550627	**35%**	3.560
Median	3.671	**40%**	3.595
Mode	3.658	**45%**	3.637
Left X	3.202	**50%**	3.671
Left P	5%	**55%**	3.713
Right X	4.214	**60%**	3.749
Right P	95%	**65%**	3.791
Diff X	1.012	**70%**	3.836
Diff P	90%	**75%**	3.883
#Errors	0	**80%**	3.941
Filter Min	Off	**85%**	4.006
Filter Max	Off	**90%**	4.088
#Filtered	0	**95%**	4.214

מניתוח ״סימולציית מונטה קרלו״ עולה כי התחזית שלנו לשער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025, בטווח של סטיית תקן אחת, נעה בטווח שבין 3.377 ₪ לבין 3.991 ₪.

אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 הוא ממוצע התפלגות שערי החליפין העתידיים לעיל, אזי למעשה התחזית שלנו לשער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 היא 3.684 ₪. לחילופין, אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 הוא חציון התפלגות שערי החליפין העתידיים לעיל, או אז למעשה התחזית שלנו לשער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 היא 3.671 ₪. לחילופי חילופין, אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 הוא שכיח התפלגות שערי החליפין העתידיים לעיל, הרי שלמעשה התחזית שלנו לשער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 היא 3.658 ₪.

אז אלו הסתברויות מודל הסימולציה שלי מספק? המודל שלי קובע שקיימת הסתברות של 5% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 3.202 ₪. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 95% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 3.202 ₪. בנוסף, המודל שלי קובע שישנה הסתברות של 35% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 3.560 ₪. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 65% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 3.560 ₪.

עוד קובע המודל שלי שישנה הסתברות של 65% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 3.791 ₪. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 35% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 3.791 ₪. ולבסוף המודל שלי קובע גם שישנה הסתברות של 95% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 4.214 ₪. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 5% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 4.214 ₪. כך יש לפרש את יתר ההסתברויות הנקובות בטבלה לעיל.

מהתוצאות לעיל, אנו למדים שמודל הסימולציה מנבא ברמת ביטחון של 90% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 ״ייפול״ בטווח שבין 3.202 ₪ לבין 4.214 ₪ (בתוחלת כ-3.684 ₪). כלומר, קיימת רמת מובהקות של 5% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך יותר מ- 3.202 ₪ ורמת מובהקות נוספת של 5% ששער החליפין שקל/דולר עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 4.214 ₪.