תחזית שיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 באמצעות טכניקה אקטוארית הנקראת "סימולציית מונטה קרלו"

הכלכלן המוערך האקטואר רועי פולניצר מספק תחזית לשיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 באמצעות טכניקה אקטוארית הנקראת "סימולציית מונטה קרלו". טכניקה אקטוארית זו נמצאת בשימוש רחב בעולם הפיננסים, ההשקעות בהנדסה, ביולוגיה חישובית, כימיה וסטטיסטיקה יישומית ומהווה כלי עזר חשוב בקבלת החלטות.

אחת הטענות הבסיסיות של משקיעים הינה שאיש אינו יכול לחזות את שיעורי השינויים העתידיים במדד המחירים לצרכן (להלן: "**האינפלציה**") ומכאן שהם מתקשים מאד לקבוע האם כדאי להם לקחת משכנתא צמודת-מדד כי עשויה להתרחש ירידה באינפלציה או לחילופין האם שווה להם דווקא לקחת משכנתא לא צמודה כי עשויה להתרחש עלייה באינפלציה. איש הרי אינו יודע מה יהיה בעתיד והעבר אינו מלמד דבר על המדדים שיתממשו מעתה והלאה. ואכן, אחת מאבני היסוד של תורת המימון היא הנחה פונדמנטלית (שאינה נתונה לשינוי) שקובעת שלמדדי המחירים הנוכחיים בשוק "אין זיכרון" (memoryless) ואין הם יכולים לפיכך להיות מושפעים ממדדי המחירים העבר. משמע, העבר אינו מלמד דבר על העתיד. זוהי הנחת בסיס למשל, במודל בלק אנד שולס לתמחור אופציות.

נניח שטענה זו נכונה. הרי שלא ניתן לדעת אם מדד המחירים לצרכן מחר, או בעוד חודש או בעוד שנה או בזמן כלשהו בעתיד יהיה גבוה יותר או נמוך יותר ממדד המחירים לצרכן הנוכחי, אותו מדד שאותו נכנה מדד ה"ספוט". בואו לרגע ולא נניח לאלו הטוענים כך. הרי למעשה הם אומרים או מניחים שקיימת הסתברות של 50% שמדד המחירים לצרכן בעוד זמן t מהיום יהיה גבוה יותר ממדד הספוט ובאותה מידה בהסתברות של 50% שמדד המחירים לצרכן בעוד זמן t מהיום יהיה נמוך יותר ממדד הספוט. למעשה זוהי הנחה הזהה לזו של הטלת מטבע, "עץ" או "פאלי".

כמובן שיש לכאורה טיעון נוסף שאותו ניתן לטעון והוא שמדד המחירים לצרכן יהיה בדיוק באותו מקום בעוד זמן t מהיום אך אנו נתעלם מטיעון זה ונחזק את התעלמותנו בהנחה נוספת של תורת המימון הקרויה GBM (תנועת בראון גיאומטרית). GBM הינה הנחה תועלתנית לפיה מדדי מחירים לצרכן "נסחפים" (drifted) על ציר הזמן לאורך קו מגמה מסוים (trend) בתוספת "רעש" תמידי (תנודתיות המורכבת משינויים אקראיים המכונים). אז מה אומרת הנחת GBM? היא למעשה אומרת לנו שמדדי מחירים לצרכן אינם נשארים אף פעם במקום אלא הם נעים ונדים כל הזמן. GBM הוא כאמור התהליך הסטוכסטי העומד מאחורי התנהגות מחירי מדדי מחירים לצרכן.

בשווקים יעילים, המחירים של מדדי מחירים לצרכן מציגים דפוס התנהגות חוזר הקרוי הילוך מקרי (Random Walk). ליתר דיוק, מונח כי מחירים אלו מקיימים תהליך מרקובי (Markov Process), שהוא תהליך סטוכסטי ספציפי שאינו תלוי בהיסטוריה שלו – כך שהתפלגות המחירים העתידיים כולה נשענת על המחיר הנוכחי בלבד. משמע, העבר איננו רלוונטי לצורך חיזוי התנהגות/התפתחות המחירים העתידיים, אלא רק ההווה. תהליכים סטוכסטיים אלו בנויים מהמרכיבים הבאים המתוארים ע"פ סדר מורכבותם:

- **תהליך וינר (Wiener Process)-** מתאר משתנה Δz, שהשינוי שלו נמדד על פני מרווח הזמן Δt כך שהשינוי הממוצע שלו הוא 0 והשונות פרופורציונלית ל- Δt:

$$\Delta z \sim N(0,\Delta t)$$

אם ϵ הוא משתנה מקרי המפולג נורמלית סטנדרטית $N(0,\Delta t)$, אז ניתן לכתוב זאת כ- $\Delta z=\epsilon\sqrt{\Delta t}$. בנוסף, השינויים Δz הינם בלתי תלויים על פני זמן.

- **תהליך וינר כללי (The Generalized Wiener Process)-** מתאר משתנה Δx, שנוצר מתהליך וינר, בתוספת מגמה (trend) קבועה של a ליחידת זמן ותנודתיות b:

$$\Delta x=a\Delta t+b\Delta z$$

מקרה ספציפי הוא המרטינגל (martingale), שהוא למעשה תהליך סטוכסטי עם אפס סחיפה (כלומר, ללא סחיפה), $a=0$, מה שמוביל לכך ש- $E(\Delta x)=0$. למרטינגל יש תכונה נוחה לפיה: תוחלת הערך העתידי שווה לערך הנוכחי

$$E(x_T)=x_0$$

- **תהליך איטו (The Ito Process)-** מתאר תהליך וינר כללי שהמגמה והתנודתיות שלו תלויים הן בערך הנוכחי של נכס הבסיס והן בזמן:

$$\Delta x=a(x,t)\Delta t+b(x,t)\Delta z$$

זהו תהליך מרקובי כי ההתפלגות תלויה אך ורק בערך הנוכחי של המשתנה האקראי x, כמו גם בזמן. בנוסף, לשיעור השינוי של תהליך זה יש התפלגות נורמלית. דוגמא ספציפית לתהליך איטו היא **תנועת בראון גיאומטרית (GBM- Geometric Brownian Motion)**, המתוארת עבור המשתנה S בתור

$$\Delta S=\mu S\Delta t+\sigma S\Delta z$$

התהליך עצמו הוא גיאומטרי מכיוון שאיברי המגמה והתנודתיות הינם פרופורציונליים לערכו הנוכחי של S. זהו לרוב המקרה עבור מדדי מחירים לצרכן, ששיעורי האינפלציה שלהם נראים הרבה יותר סטציונריים מאשר השינויים הגולמיים שלהם, ΔS.

בעוד ש- $\Delta S/S$ מייצג את תשואת ההון בלבד, הרי ש- μ מייצג את התשואה הכוללת הצפויה על הנכס. מודל זה חשוב במיוחד מכיוון שהוא למעשה התהליך הסטוכסטי העומד מאחורי נוסחת Black-Scholes. התכונה המרכזית של התפלגות זו היא העובדה שהתנודתיות היא פרופורציונלית ל- S. תכונה זו מבטיחה שרמתו של מדד המחירים לצרכן תישאר חיובית. ואכן, ככל שמדד המחירים לצרכן יורד, השונות שלו יורדת, מה שהופך ללא סביר תרחיש שבו מדד המחירים לצרכן יחווה מהלך ירידת מחירים גדול שידחוף את מחיריו לערכים שליליים. מכיוון שהמודל שואף להתפלגות נורמלית עבור $dS/S=dln(S)$, הרי ש- S מפולג לוג-נורמלית.

תהליך זה מרמז על כך שעל פני מרווח הזמן $\tau=T-t$, הלוגריתם הטבעי של המחיר הסופי מפולג כדלקמן:

$$ln(S_T)=ln(S_t)+(\mu-\sigma^2/2)\tau+\sigma\sqrt{\tau}\epsilon$$

כאשר ϵ הוא משתנה מקרי המפולג נורמלית סטנדרטית.

תחילה, אספתי נתונים על מחירי מדד המחירים לצרכן (כללי) בתקופה 30.11.2019—30.11.2024. (61 חודשים). לאחר מכן, באמצעות טכניקה אקטוארית שנקראת "אומדני נראות מקסימלית" Maximum Likelihood (Estimators: MLE) אמדתי את תוחלת התשואה (המגמה) החודשית הצפויה של המדד (μ) (כשמדברים על העתיד מדברים על הממוצע. למה? כי הממוצע הוא המשערך/המנבא הטוב ביותר בטבע) ואת התנודתיות החודשית הצפויה של תשואות המדד (σ), לתקופה הנבדקת. מדד הספוט עמד נכון למועד החיזוי (31.12.2024) על 108.70 נקודות.

טכניקת "אומדני נראות מקסימלית" כרוכה בבחירת ערכים עבור הפרמטרים אשר ממקסמים את הסיכוי (הסבירות או ההסתברות) להתרחשות הנתונים. כדי להמחיש את הטכניקה, נתחיל בדוגמה פשוטה מאוד. נניח שנדגום 10 מניות באקראי ביום מסוים ונגלה שהמחיר של אחת מהן ירד באותו יום בעוד שמחיריהן של תשע המניות האחרות נשארו זהים או עלו. מהי אם כך התחזית הטובה ביותר (Best Estimate Forecast) שלנו בדבר ההסתברות שמחיריהן של כל 10 המניות שלנו ירדו? התשובה הטבעית היא 10%. וזה בדיוק מה שטכניקת הנראות המקסימלית הייתה נותנת רק באמצעות פתרון בעיית אופטימיזציה של פונקציה מתמטית (כלומר, על ידי גזירה של הפונקציה, השוואת הנגזרת הראשונה שלה לאפס וחילוץ הפרמטר שפותר את המשוואה – הוא שורש הפונקציה).

אז באמצעות טכניקת "אומדני נראות מקסימלית" קיבלתי שתוחלת התשואה החודשית הצפויה של המדד שווה ל- 0.225% ושהתנודתיות (סטיית התקן) החודשית הנורמטיבית הצפויה של תשואות המדד שווה ל- 0.339%. מאחר וישנם 12 חודשים בשנה הרי שתוחלת התשואה השנתית הצפויה של המדד נאמדה על ידי ב- 2.706% בעוד שהתנודתיות השנתית הנורמטיבית הצפויה תשואות המדד נאמדה על ידי ב- 1.173% לשנה.

כעת הרצתי טכניקה אקטוארית נוספת בשם "סימולציית מונטה קרלו" (5,000 הרצות) המבוססת על תהליך סטוכסטי הכולל תנועת בראון גיאומטרית. סימולציית מונטה קרלו מסייעת בקבלת החלטה בתנאי אי וודאות המשלבת שימוש במספרים אקראיים, בהתפלגויות ערכים אפשריות ובהסתברויות, ובכך למעשה עוזרת בפתרון בעיות הקשורות לניהול סיכונים ותחזיות לעתיד. סימולציית מונטה קרלו נמצאת בשימוש רחב בעולם הפיננסים וההשקעות, בהנדסה, ביולוגיה חישובית, כימיה וסטטיסטיקה יישומית ומהווה כלי עזר חשוב בקבלת החלטות.

הערך המוסף העיקרי של "סימולציית מונטה קרלו" הוא שהיא מציגה עבור משתני התחזית לא רק את ערכי התוצאה החזויים כמו בניתוחי רגישות וכלים מתמטיים וסטטיסטיים אחרים, אלא גם מהי ההסתברות שיתקבלו אותם ערכים חזויים. ובכך, "סימולציית מונטה קרלו" מצמצמת באופן ניכר את חוסר הודאות סביב התחזית:

Summary Statistics for CPI in 2025

Statistics		Percentile	
Minimum	-0.98%	**5%**	0.79%
Maximum	7.54%	**10%**	1.21%
Mean	2.75%	**15%**	1.51%
Std Dev	1.20%	**20%**	1.73%
Variance	0.0001432	**25%**	1.93%
Skewness	0.0770694	**30%**	2.09%
Kurtosis	2.9052280	**35%**	2.28%
Median	2.74%	**40%**	2.43%
Mode	2.73%	**45%**	2.58%
Left X	0.79%	**50%**	2.74%
Left P	5%	**55%**	2.90%
Right X	4.73%	**60%**	3.06%
Right P	95%	**65%**	3.21%
Diff X	3.94%	**70%**	3.38%
Diff P	90%	**75%**	3.56%
#Errors	0	**80%**	3.74%
Filter Min	Off	**85%**	3.99%
Filter Max	Off	**90%**	4.30%
#Filtered	0	**95%**	4.73%

מניתוח "סימולציית מונטה קרלו" עולה כי התחזית שלנו לשיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025, בטווח של סטיית תקן אחת, נעה בטווח שבין 1.55% לבין 3.95%.

אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 הוא ממוצע התפלגות שיעורי האינפלציה העתידיים לעיל, אזי למעשה התחזית שלנו לשיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 היא 2.75%. לחילופין, אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 הוא חציון התפלגות שיעורי האינפלציה העתידיים לעיל, או אז למעשה התחזית שלנו לשיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 היא 2.74%. לחילופי חילופין, אם נחליט שהאומד לתוחלת הצפויה של שיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 הוא שכיח התפלגות שיעורי האינפלציה העתידיים לעיל, הרי שלמעשה התחזית שלנו לשיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 היא 2.73%.

אז אלו הסתברויות מודל הסימולציה שלי מספק? המודל שלי קובע שקיימת הסתברות של 5% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 0.79%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 95% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 0.79%. בנוסף, המודל שלי קובע שישנה הסתברות של 35% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 2.28%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 65% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 2.28%.

עוד קובע המודל שלי שישנה הסתברות של 65% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 3.21%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 35% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 3.21%. ולבסוף המודל שלי קובע גם שישנה הסתברות של 95% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך או שווה ל- 4.73%. במילים אחרות, המודל שלי גורס כי קיים סיכוי של 5% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 4.73%. כך יש לפרש את יתר ההסתברויות הנקובות בטבלה לעיל.

מהתוצאות לעיל, אנו למדים שמודל הסימולציה מנבא ברמת ביטחון של 90% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 "ייפול" בטווח שבין 0.79% לבין 4.73% (בתוחלת כ-2.75%). כלומר, קיימת רמת מובהקות של 5% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה נמוך יותר מ- 0.79% ורמת מובהקות נוספת של 5% ששיעור האינפלציה בישראל עד סוף שנת 2025 יהיה גבוה יותר מ- 4.73%.