



# אינדיקציית שווי לחברת באמצעות בניית מודל אקטוארי המבוסס על נוסחת C-R-R בגישת ה-RWVA

האקטואר רועי פולניצר מסביר כיצד ניתן לחזות את שווייה העתידי של חברה ליום מסוים באמצעות בניית מודל אקטוארי.

התשואה הצפויה מכל נכס היא התשואה הנדרשת מצידו של המשקיע בנכס. העץ נבנה כך שייצג את התנהגות המניה בעולם "האמיתי" המותאם לסיכון (Real World). קבעתי כי אורך חיי העץ ישתווה למשך החיים שממועד העסקה ועד מועד הערכת השווי. זמן זה יחולק לתקופות בדידות קצרות באורך  $\Delta t$ , שכל אחת מהן תסומן באות  $t$ , כאשר  $t = 0, 1, \dots, N$ .

נניח, כי בכל מקטע זמן  $\Delta t$  שווי החברה יכול לרדת מערכו ההתחלתי,  $S$ , לרמה חדשה  $Sd$ , או לעלות לרמה חדשה  $Su$  ( $d < 1 < u$ ). העלייה היחסית של שווי החברה כשישנה תנועה כלפי מעלה שווה:  $1 - d$ , כאשר תנאי אי הארביטראז' הוא:  $d > [1 + y^*(t, t + 1)] > u$ , כאשר  $y^*(t, t + 1)$  היא התשואה העתידית המסוכנת הנדרשת ע"י המשקיע במניית החברה עבור רמת סיכון התואמת לזו של מניית החברה בין תקופה  $t$  לתקופה  $t + 1$  ו- $d$  יחושבו לפי המשוואות:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{u}$$

כאשר  $\sigma$  היא התנודתיות של תשואות המניה. כדי לחשב את ההסתברות המותאמת לסיכון (Risk Adjusted Probability) לתנועה כלפי מעלה של מחיר המניה נגדיר משתנה חדש, השווה לנכס בעל תשואה הזזה לתשואת מניית החברה בתקופה הבאה:

$$a = e^{y^*(t, t+1)\Delta t}$$

ההסתברות המותאמת לסיכון שמחיר המניה יעלה או יירד בכל תקופה שווה:

$$p = \frac{a - d}{u - d}, \quad q = \frac{u - a}{u - d} = 1 - p$$

בזמן אפס (במועד הערכת השווי), שווי החברה,  $S$ , ידוע (1.26 מיליארד ₪). כעבור פרק הזמן  $\Delta t$  אפשריים לפי המודל שני שוויי חברה:  $Su$  ו- $Sd$ .

כעבור פרק הזמן  $2\Delta t$  אפשריים שלושה שוויי חברה (כי מדובר בעץ מתכנס ולא בעץ מתבדר):  $Sud$ ,  $Su^2$  ו- $Sd^2$ . ניתן לייצג את שווי החברה בכל צומת (node) של העץ הבינומי על ידי הביטוי  $Su^j d^{i-j}$ , כאשר האות  $i$  אינדקס מספר תקופות הזמן, והאות  $j$  מייצגת את מספר העליות של שווי החברה.

המניחה כי תוחלת התשואה הצפויה מכל נכס היא התשואה חסרת הסיכון).

**הערה אינפורמטיבית: גישת ה-RWVA עושה שימוש בהסתברויות מותאמות לסיכון (Real World Probabilities), עולם בו המשקיעים שונאי סיכון ומשמשת לניתוח סיכונים ולמידול ההתנהגות העתידית של נכסים פיננסיים (הוא שווי החברה במקרה דנן שלפנינו). מאידך, גישת ה-RNVA עושה שימוש בהסתברויות נייטרליות לסיכון (Risk Neutral Probabilities), עולם בו המשקיעים אדישים לסיכון ומשמשת אך ורק להערכת שווי נגזרים.**

שווי החברה, הוערך על ידי באמצעות בניית עץ בינומי, וזאת בשני שלבים: (1) בניית מודל לחיזוי שווי החברה במועד הערכת השווי; (2) מודל לשקלול שווי החברה במועד הערכת השווי.

בניית המודל האקטוארי לתיאור תנועת שווי החברה תסתמך כאמור על נוסחת העץ הבינומי הסטנדרטי שפיתחו Cox, Ross & Rubinstein (1979) ("C-R-R"). שווי החברה מקיימים את המשוואה הסטוכסטית (קרי, המשתנה והלא וודאית) הבאה:

$$\frac{dS}{S} = (\mu_t - \text{div}_t)dt + \sigma_t dW$$

כאשר:  $S$  הוא שווי החברה,  $\mu_t$  הוא תשואת המניה הקצרה בזמן  $t$  ( $\text{div}_t$ , instantaneous rate of return) הוא שיעור הדיבידנד הצפוי מהחברה,  $\sigma_t$  היא התנודתיות הקצרה של תשואות המניה ו- $dW$  המניה היא המייצגת את חוסר הוודאות לגבי תשואת המניה במשך הזמן האינפיניטסימלי (הקצרצר),  $dt$ . תנועה זו מפולגת נורמלית עם תוחלת אפס ושונות  $dt$ .

**הערה אינפורמטיבית: הן נוסחת C-R-R והן נוסחת Black & Scholes מבוססים על התהליך הסטוכסטטי העומד מאחורי התנהגות מחיר המניה (תנועת בראון גיאומטרית). נוסחת C-R-R מבוססת על תהליך בינומי המתכנס לתהליך רציף כמו בנוסחת Black & Scholes. לפיכך, שתי נוסחאות אלו, תחת גישת ה-RNVA, זהות לחלוטין.**

העץ הבינומי הוא גרסה דיסקרטית של התהליך זה לתקופה  $\Delta t$ . הערכת השווי על ידי העץ מתכנסת לפתרון הרציף, כאשר  $\Delta t$  שואף לאפס. המודל מניח כי תוחלת

השבוע נתבקשתי על ידי מגשרת, בכובעי כאקטואר פיננסי, לבנות מודל אקטוארי לגיבוש אינדיקציית שווי לחברה דן חברה לתחבורה ציבורית בע"מ (להלן: "החברה") ליום 24 בספטמבר 2024 (להלן: "מועד הערכת השווי") במסגרת הליך גישור בין בני זוג. מכיוון שנוון למועד הערכת השווי החברה הינה חברה פרטית וכפועל יוצא מכך מנייתה אינה נסחרת והיא איננה מפרסמת את דוחותיה הכספיים לציבור, הרי שאין לי למעשה גישה למידע חיוני הנוחץ לביצוע הערכת השווי כגון: דוחות כספיים הן לשנים שקדמו למועד הערכת השווי והן למועד הערכת השווי, תחזיות תזרימי מזומנים עתידיים והערכות הנהלה עובר למועד הערכת השווי. על כן, התבססתי רק על נתונים שמצאתי באינטרנט ועל הנחות סבירות שאותן לדעתי מעריך שווי סביר היה מניח.

אסביר כי כאשר הערכת שווי לחברה נעשית על בסיס נתונים פומביים בלבד, ללא נגישות לדוחותיה כספיים נכון למועד הערכת השווי, הרי שאין באפשרותו של מעריך השווי לבצע הערכת שווי כלכלית בשיטת ה-DCF הקלאסית היוצאת מדוחותיה הכספיים האחרונים כדי לחזות את דוחותיה הכספיים העתידיים ולהוונם בשיעור היוון המותאם לסיכון. הדבר הדטרמיניסטי (הקבוע והוודאי) היחיד בעבודתי הוא שווי החברה נכון למועד עסקה שבוצעה ביום 8.12.2019 (להלן: "מועד העסקה"), שבמסגרתה רכשה קבוצת משקיעים חיצוניים 50% ממניות החברה בתמורה ל-630 מיליון שקלים חדשים.

מחיר עסקה זה משקף לסך הונה העצמי של החברה שווי של 1,260 מיליון שקלים חדשים, נכון למועד העסקה. כאמור, לא בחנתי ולא בדקתי שווי זה, המהווה מצג אקסוגני לעבודתי ולפיכך איני מחווה כל דעה לגביו.

אומר מראש, מקום שישנו קושי לערוך תחזית תזרים מזומנים לגבי מרכיבי ההכנסות וההוצאות של החברה השקעותיה ברכוש קבוע ובהון חוזר, הערכת פוטנציאל הצמיחה, הערכת סביבת הסיכון שבה היא פועלת והערכת שווי הפעילות בתום תקופת התחזית (Exit Value), ניתן להשתמש בשיטות מקורבות, כמו למשל מודלים אקטואריים. המודל האקטוארי הראשון שבחרתי לבנות, לצורך גיבוש אינדיקציית השווי לחברה, הוא המודל הבינומי תחת גישת ה-RWVA (גישה המניחה כי תוחלת התשואה הצפויה מכל נכס היא התשואה הנדרשת מצידו של המשקיע בנכס או שיעור התשואה שבעל הנכס יכול לקבל בחלופות השקעה אחרות ברמות סיכון הדומות לאלו של הנכס) חלף גישת ה-RNVA (גישה

להלן תוצאות המודל לחיזוי שווי החברה העתידיים למועד הערכת השווי:

| ענף | מספר תקופות הזמן | מספר העלויות | מספר שווי חברה עתידי | שווי חברה עתידי (במיליון ₪) |
|-----|------------------|--------------|----------------------|-----------------------------|
| 1   | 150              | 1            | 22                   | 149                         |
| 2   | 150              | 2            | 23                   | 148                         |
| 3   | 150              | 3            | 24                   | 147                         |
| ... | ...              | ...          | ...                  | ...                         |
| 79  | 150              | 79           | 1,569                | 71                          |
| 80  | 150              | 80           | 1,658                | 70                          |
| 81  | 150              | 81           | 1,751                | 69                          |
| 82  | 150              | 82           | 1,850                | 68                          |
| 83  | 150              | 83           | 1,955                | 67                          |
| ... | ...              | ...          | ...                  | ...                         |
| 148 | 150              | 148          | 69,235               | 2                           |
| 149 | 150              | 149          | 73,141               | 1                           |
| 150 | 150              | 150          | 77,267               | 0                           |

להלן תוצאות המודל לשקלול שווי החברה העתידיים למועד הערכת השווי:

| ענף  | שווי חברה עתידי | הסתברות | שווי חברה עתידי משוקלל |
|------|-----------------|---------|------------------------|
| 1    | 22              | 0.000%  | 0                      |
| 2    | 23              | 0.000%  | 0                      |
| 3    | 24              | 0.000%  | 0                      |
| ...  | ...             | ...     | ...                    |
| 79   | 1,569           | 6.513%  | 102                    |
| 80   | 1,658           | 6.425%  | 107                    |
| 81   | 1,751           | 6.171%  | 108                    |
| 82   | 1,850           | 5.771%  | 107                    |
| 83   | 1,955           | 5.255%  | 103                    |
| ...  | ...             | ...     | ...                    |
| 148  | 69,235          | 0.000%  | 0                      |
| 149  | 73,141          | 0.000%  | 0                      |
| 150  | 77,267          | 0.000%  | 0                      |
| סה"כ | 1,656           | 100%    | 1,656                  |

האומדן שבחרתי לשווי החברה נכון למועד הערכת השווי הינו הממוצע שווי החברה העתידיים בצמתים הסופיים של העץ, משוקללים בהסתברויות המתאימות להם. האומדן שקיבלתי לשווי החברה נכון למועד הערכת השווי הוא 1,656 מיליון ₪ (בהסתברות 95% בין 2,074 מיליון ₪ לבין 1,238 מיליון ₪).

הואיל והחברה הייתה פרטית במועד העסקה ונשארה חברה פרטית גם במועד הערכת השווי, הרי שהשווי שקיבלתי מגלם בתוכו כבר מרכיב דיסקאונט בגין היעדר סחירות כליל (Discount - DLOM for Lack of Marketability) ולכן אין לנכות שיעור ניכיון בגין אי סחירות ממניות החברה. יחד עם זאת אעיר, כי אילו בתקופה שממועד העסקה ועד מועד הערכת השווי החברה הייתה מונפקת בבורסה, הרי שבמועד הערכת השווי היא הייתה כבר חברה ציבורית ולכן היה עלי להוסיף פרמיית סחירות בשיעור של 25% - 20% מעל לשווי שקיבלתי, כדי לגלם את רמת הסחירות והנזילות הראויה של הונה העצמי של החברה כתוצאה מרישום מניותיה למסחר בבורסה.

**הכותב הוא אקטואר מוסמך (F.I.L.A.V.F.A.), מומחה בינלאומי לניהול סיכונים פיננסיים (FRM), מייסד ויו"ר לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל.**

הלא שיטתי (קרי, הסיכון הספציפי והלא סיסטמתי הניתן לפיזור) של ההשקעה במניית החברה.

עוד הנחתי כי עקום התשואות המיידית הנומינלי שטוח ושווה ל-  $E(R_e)$  ומכאן שגם עקום הפורורוד שטוח ושווה ל-  $E(R_e)$ . כמובן ש-  $E(R_e)$  הוא האומדן לפרמטר  $\mu$  במשוואה הסטוכסטית שהוצגה מוקדם יותר. הנחת עקום תשואות שטוח אינה הכרחית במודל, אם כי היא משמשת לפישוט ההסבר. לאחר מכן, בחנתי את סטיות התקן הנורמטיביות לחברות, הדומות במאפייניהן לפעילות החברה בין היתר ביחס ל- Benchmark ענפי של חברות המסווגות בענף ה- Utility (General) בארה"ב וכן על פי מחקר בדבר סטיות התקן של פרופ' Damodaran מ- Leonard N. Stern School of Business באוניברסיטת NYU בעבור ענף זה. להערכתי סטיית התקן הנקובה במחקרו של Damodaran משקפת באופן נאות את התנדויות הנורמטיביות הצפויה של תשואות מניית החברה. מה שאומר שהתנדויות הנורמטיביות הצפויה של מניית החברה תתפלג ("יתתישר") בקירוב בדומה לסטיית התקן הממוצעת הענפית שצוטטה על ידי Damodaran ועל כן משקפת את התנהגות שווי החברה על פני תקופת התחזית שלנו.



תקופת התפתחות שווי החברה מתחילה במועד העסקה (8.12.2019) ומסתיימת במועד הערכת השווי (24.9.2024), כך שמקטע הזמן המכוסה על ידי העץ הוא 4.80 שנים בדיוק. אני מניח כי החברה אינה מחלקת דיבידנדים. העץ הבינומי חולק על ידי ל- 150 תקופות זמן, כאשר המספר הנמוך של תקופות הזמן נבחר משיקולים טכניים של פונקציית העצרת (FACT) בתוכנת Excel. נציין כי כאשר  $N > 30$  מושגת רמת דיוק מספקת.

מאחר וקבעתי כי  $N = 150$ , הרי ש-  $\Delta t$  שווה 0.032 בקירוב. כדי לבנות את עץ שווי החברה יש להסתייע בנתוני השוק הרלבנטיים במועד העסקה. בעזרתם נמצא כי:  $u = 1.028$ ,  $d = 0.973$ , גורם ההיוון המסוכן הוא  $a = 1.002$ ,  $p = 0.526$  ו-  $q = 0.474$ . לאחר בניית העץ הבינומי המתאר את התפתחות שווייה העתידיים של החברה, שהם הגורם האקראי במודל, נעבור למציאת שווייה של החברה במועד הערכת השווי.

תחילה, בחנתי את שיעור התשואה על ההון העצמי של החברה באמצעות שימוש במודל ה- Modified CAPM (Capital Asset Pricing Model) המניח כי שיעור התשואה הנדרש על מניית החברה שווה לשיעור הריבית חסרת הסיכון, בתוספת פרמיית סיכון הפרופורציונלית לרמת הסיכון של המניה, בתוספת פרמיית סיכון נוספת הנדרשת בגין השקעה בחברות קטנות. רמת הסיכון הכרוכה בהשקעה במניית החברה הספציפית נמדדת במסגרת ה- Modified CAPM, ע"י ה"ביתא" ( $\beta$ ), המהווה מדד לרגישות שיעור התשואה על מניה נתונה לשינויים, בשיעור התשואה על שוק המניות כולו.

על פי מודל ה- Modified CAPM שיעור התשואה הצפוי ממניית החברה בשווי משקל מוצג ע"י הקשר:

$$E(R_e) = R_f + \beta \cdot ERP + R_s$$

כאשר:

$E(R_e)$  = שיעור התשואה הנדרש על מניית החברה. שיעור תשואה זה נאמד במונחים נומינליים.

$R_f$  = שיעור התשואה הנומינלי השנתי חסר הסיכון. בעבודתי, השתמשתי בשיעור התשואה הנומינלי השנתי לפדיון על אג"ח ממשלתית לא צמודה בריבית קבועה ל- 4.80 שנים, נכון למועד הערכת השווי.

$ERP$  = מחיר הסיכון המחושב כממוצע הפערים השנתיים, על פני תקופה מסוימת, שבין שיעור התשואה הנומינלי השנתי של "תיק השוק" לבין שיעור התשואה הנומינלי השנתי חסר הסיכון. "תיק השוק" הינו תיק מניות הכולל את כל המניות הנסחרות בשוק ההון. בעבודתי, כאומדן לתיק השוק בשוק ההון הישראלי, השתמשתי במדד תל אביב 135, המורכב מ- 135 המניות בעלות שווי השוק הגבוה ביותר בבורסה לני"ע בת"א.

$\beta$  = כמות הסיכון המחושבת באמצעות ה"ביתא". ה"ביתא" הינה כאמור נותנת ביטוי לסיכון השיטתי של המניה (הסיכון הסיסטמטי והלא ספציפי שאיננו ניתן לפיזור). את ה"ביתא" של מניית חברה ציבורית מקובל לאמוד מנתוני העבר של המניה עצמה ומנתוני תיק מניות המייצג את השוק באמצעות הרצת רגרסיה לינארית (OLS). מכיוון שהחברה הינה חברה ציבורית ומשכך מנייתה איננה נסחרת, נעזרתי למציאת הביתא הנורמטיבית הראויה למניית החברה בנתוני הממוצע הענפי של ענף ה- Utility (General) בארה"ב.

$R_s$  = פרמיית סיכון נוספת הנדרשת בגין השקעה בחברות קטנות. המחקר האמפירי הצביע על כך שהמשקיעים בשוק ההון דורשים לקבל פרמיה נוספת, בגין השקעתם בחברות קטנות. לכן, בבואנו ללמוד על כמות הסיכון הראויה למניית חברה פרטית או למניית חברה ציבורית קטנה, מתוך מקדם הסיכון השיטתי של מניית חברה ציבורית גדולה, הרי שיש מקום להוסיף לשיעור התשואה הנדרש ע"י המשקיע במניית החברה פרמיה נוספת, המבטאת את הסיכון